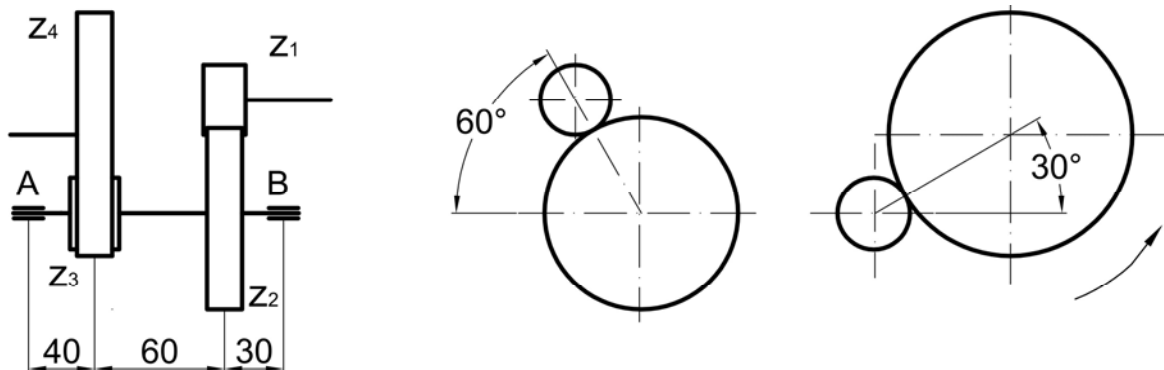


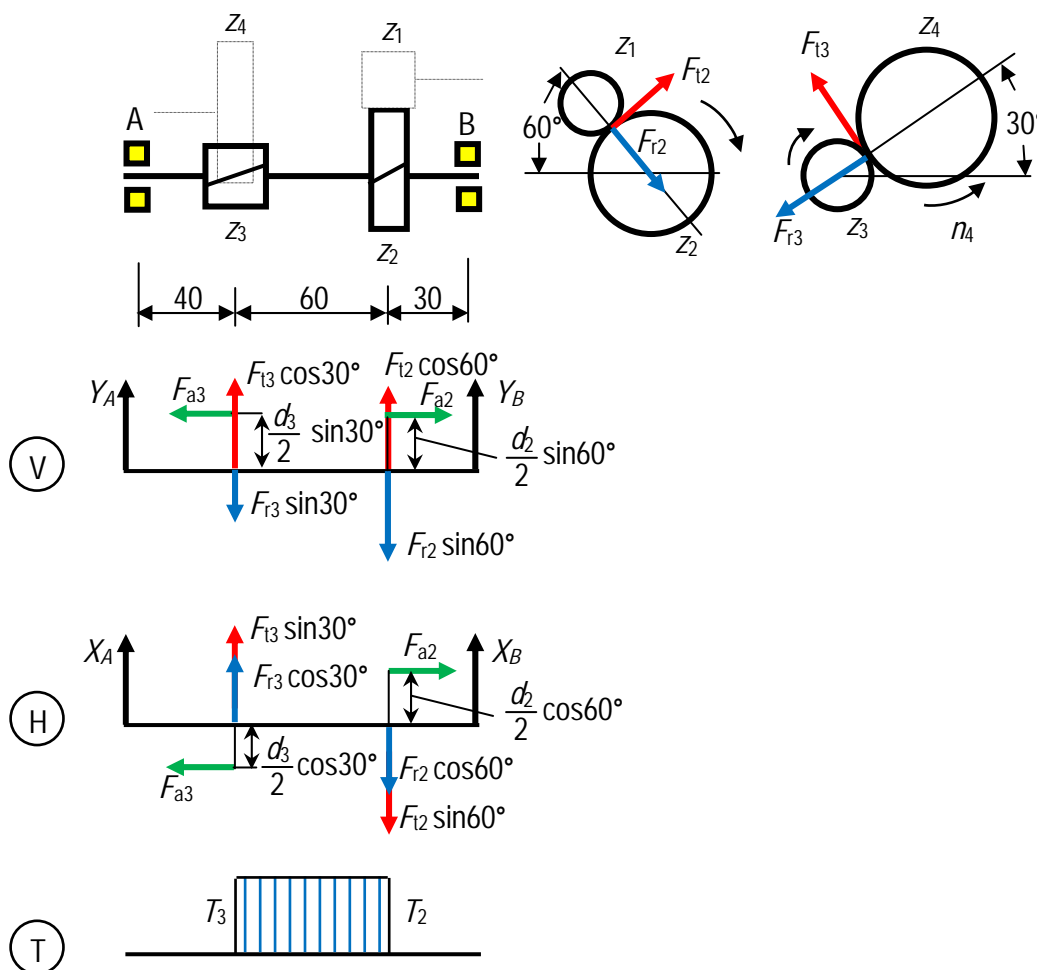
1. ZADATAK IZ LEŽAJA

Odrediti radni vek ležaja A, prikazanog na crtežu, ako je poznata snaga i broj obrtaja na ulazu $P_{em} = 4,5 \text{ kW}$ $n_{em} = 1440 \text{ min}^{-1}$, podaci o zupčanicima: $z_1 = 14$, $z_2 = 62$, $m_{1,2} = 1 \text{ mm}$, $\beta_{1,2} = 30^\circ$, 1–desni, $z_3 = 12$, $z_4 = 35$, $m_{3,4} = 2,5 \text{ mm}$, $\beta_{3,4} = 15^\circ$, 3 – levi, oznaka ležaja A je 6208, gubici po zupčastom paru 2%, a ostale gubitke zanemariti. Prokomentarisati dobijeno rešenje.



Pratite postupak koji sledi jer se on uvek sprovodi na isti način. Prvih par koraka odnose se i za 3. i za 4. zadatak, a koraci koji se odnose specifično za proračun ležaja, biće napomenuti posebno. Uputstvo se odnosi i na grafički rad i na objašnjenje za 4. ispitni zadatak.

• Analiza sila na vratilu



• Određivanje obrtnih momenata koji opterećuju vratilo i elemente na vratilu

Dijagram obrtnih momenata na vratilu nacrtan je na prethodnoj strani.

Preporučuje se da se u 3. i 4. zadatku ispod analize sila obavezno crta i dijagram obrtnih momenata. Na taj način manje su šanse da se napravi greška, a svi momenti nacrtani na dijagramu T , određuju se bilansom momenata.

✚ Obrtni moment koji deluje na zupčanicima z_2 i z_3 :

$$T_3 = T_2 = 9550 \cdot \frac{P_2}{n_2} = 9550 \cdot \frac{4,41}{325,16} = 129,522 \text{ Nm}$$

gde je: P_2 – snaga na zupčaniku z_2

$$P_2 = P_{em} \cdot \eta_{12} = 4,5 \cdot 0,98 = 4,41 \text{ kW}$$

n_2 – broj obrtaja zupčanika z_2

$$n_2 = \frac{n_{em}}{\frac{z_2}{z_1}} = \frac{1440}{\frac{62}{14}} = 325,16 \text{ min}^{-1}$$

• Određivanje sila na prenosnim elementima na vratilu

Prenosni elementi na vratilu mogu biti zupčanici ili kaišnici i analiza njihovih sila je prethodno urađena. Kod kaišnika postoji samo jedna sila koja opterećuje vratilo i to je radijalna sila.

Ukoliko je reč o trapeznom ili višeprofilnom kaišniku, radijalna sila se određuje na sledeći način:

$$F_r = (1,5 \dots 2) \cdot C_A \cdot F_t \quad (\text{ME, (4.67)/str.132})$$

Ukoliko je reč o zupčastom kaišniku, radijalna sila se određuje na sledeći način:

$$F_r = 1,5 \cdot C_A \cdot F_t \quad (\text{ME, (4.85)/str.162})$$

U ovom zadatku na vratilu se nalaze samo zupčanici. U zavisnosti od njihovog oblika, koriste se različiti obrasci za odgovarajuće zupčanike:

cilindrični zupčanici – ME, str.210-211, izrazi (4.148) - (4.150)

konusni zupčanici – ME, str.233, izrazi (4.164) - (4.171)

pužni zupčanici – ME, str.241-242, izrazi (4.190) - (4.194)

Treba primetiti da se obimna sila kod svih zupčanika **određuje na isti način**:

$F_t = \frac{2 \cdot T_R}{d}$, gde je $T_R = T \cdot K_A$ – radni obrtni moment (moment pomnožen faktorom udara K_A , tab.4.40/str.213), d – prečnik zupčanika

U ovom zadatku na vratilu se nalaze samo cilindrični zupčanici, tako da se vrednosti njihovih sila računaju na sledeći način:

✚ **Sile na zupčaniku z_2 :**

$$\text{obimna sila: } F_{t2} = \frac{2 \cdot T_{R2}}{d_2} = \frac{2 \cdot 129522}{71,591} = \mathbf{3618 \text{ N}}$$

$$\text{gde je } T_{R2} = T_2 \cdot K_A = 129,522 \cdot 1 = 129,522 \text{ Nm}$$

Voditi računa da se jedinice u izrazima poklapaju. Pisati jedinice svuda, inače može doći do greške.

K_A – faktor radnih uslova (tab.4.40/str.213) se u ovom zadatku ne pominje, pa se uzima ravnomerni rad, $K_A = 1$

d_2 – prečnik zupčanika

$$d_2 = \frac{m_{n12} \cdot z_2}{\cos \beta_{12}} = \frac{1 \cdot 62}{\cos 30^\circ} = 71,591 \text{ mm}$$

radijalna sila: $F_{r2} = F_{t2} \frac{\text{tg} \alpha_n}{\cos \beta_{12}} = 3618 \cdot \frac{\text{tg} 20^\circ}{\cos 30^\circ} = \mathbf{1521 \text{ N}}$

aksijalna sila: $F_{a2} = F_{t2} \text{tg} \beta_{12} = 3618 \cdot \text{tg} 30^\circ = \mathbf{2089 \text{ N}}$

✚ Sile na zupčaniku z_3 :

obimna sila: $F_{t3} = \frac{2 \cdot T_{R3}}{d_3} = \frac{2 \cdot 129522}{31,058} = \mathbf{8341 \text{ N}}$

gde je $T_{R3} = T_{R2} = 69,971 \text{ Nm}$

$$d_3 = \frac{m_{n34} \cdot z_3}{\cos \beta_{34}} = \frac{2,5 \cdot 12}{\cos 15^\circ} = 31,058 \text{ mm}$$

radijalna sila: $F_{r3} = F_{t3} \frac{\text{tg} \alpha_n}{\cos \beta_{34}} = 8341 \cdot \frac{\text{tg} 20^\circ}{\cos 15^\circ} = \mathbf{3143 \text{ N}}$

aksijalna sila: $F_{a3} = F_{t3} \text{tg} \beta_{34} = 8341 \cdot \text{tg} 15^\circ = \mathbf{2235 \text{ N}}$

• Određivanje otpora oslonaca (sila u ležajima) – KOD ZADATKA IZ LEŽAJA OVO JE OBAVEZNA TAČKA JER SE U NJOJ ODREĐUJU SILE U LEŽAJU

Na osnovu analize sila koja je urađena za vertikalnu i horizontalnu ravan, određuje se suma momenata savijanja za vertikalnu i horizontalnu ravan u tački B. Na taj način se dobijaju reakcije u osloncu A za vertikalnu (Y_A) i horizontalnu ravan (X_A).

✚ Suma momenata savijanja za tačku B u vertikalnoj ravni:

$$\sum M_{BV} = 0$$

$$Y_A \cdot 130 + (F_{t3} \cos 30^\circ - F_{r3} \sin 30^\circ) \cdot 90 - F_{a3} \cdot \frac{d_3}{2} \sin 30^\circ + (F_{t2} \cdot \cos 60^\circ - F_{r2} \cdot \sin 60^\circ) \cdot 30 + F_{a2} \cdot \frac{d_2}{2} \sin 60^\circ = 0$$

$$Y_A = \frac{1}{130} \left[-(F_{t3} \cos 30^\circ - F_{r3} \sin 30^\circ) \cdot 90 + F_{a3} \cdot \frac{d_3}{2} \sin 30^\circ - (F_{t2} \cos 60^\circ - F_{r2} \sin 60^\circ) \cdot 30 - F_{a2} \cdot \frac{d_2}{2} \sin 60^\circ \right]$$

$$Y_A = \frac{1}{130} \left[-(8341 \cdot \cos 30^\circ - 3143 \cdot \sin 30^\circ) \cdot 90 + 2235 \cdot \frac{31,058}{2} \sin 30^\circ - (3618 \cdot \cos 60^\circ - 1521 \cdot \sin 60^\circ) \cdot 30 - 2089 \cdot \frac{71,591}{2} \sin 60^\circ \right]$$

$Y_A = -4391$ N (znak „-“ odnosi se samo na suprotan smer sile, ali ne treba ništa menjati, već samo pisati „-“ pri daljem korišćenju ove sile)

✚ Suma momenata savijanja za tačku B u horizontalnoj ravni:

$$\sum M_{BH} = 0$$

$$X_A \cdot 130 + (F_{t3} \sin 30^\circ + F_{r3} \cos 30^\circ) \cdot 90 + F_{a3} \cdot \frac{d_3}{2} \cos 30^\circ - (F_{t2} \sin 60^\circ + F_{r2} \cos 60^\circ) \cdot 30 + F_{a2} \cdot \frac{d_2}{2} \cos 60^\circ = 0$$

$$X_A = \frac{1}{130} \cdot \left[-(F_{t3} \sin 30^\circ + F_{r3} \cos 30^\circ) \cdot 90 - F_{a3} \cdot \frac{d_3}{2} \cos 30^\circ + (F_{t2} \sin 60^\circ + F_{r2} \cos 60^\circ) \cdot 30 - F_{a2} \cdot \frac{d_2}{2} \cos 60^\circ \right]$$

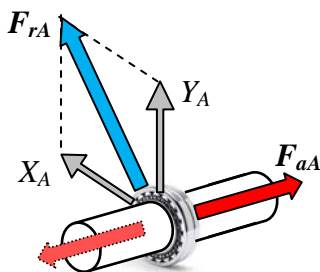
$$X_A = \frac{1}{130} \cdot \left[-(8341 \cdot \sin 30^\circ + 3143 \cdot \cos 30^\circ) \cdot 90 - 2235 \cdot \frac{31,058}{2} \cos 30^\circ + (3618 \cdot \sin 60^\circ + 1521 \cdot \cos 60^\circ) \cdot 30 - 2089 \cdot \frac{71,591}{2} \cos 60^\circ \right]$$

$X_A = -4392$ N (znak „-“ odnosi se samo na suprotan smer sile, ali ne treba ništa menjati, već samo pisati „-“ pri korišćenju ove sile)

KRAJ ZAJEDNIČKOG DELA

DEO KOJI SLEDI PRIPADA ISKLJUČIVO PRORAČUNU RADNOG VEKA LEŽAJA:

✚ Ukupna RADIJALNA sila koja opterećuje ležaj A



F_{rA} – ukupna radijalna sila koja opterećuje ležaj A

X_A – otpor oslonca u horizontalnoj ravni

Y_A – otpor oslonca u vertikalnoj ravni

F_{aA} – ukupna aksijalna sila koja opterećuje ležaj A

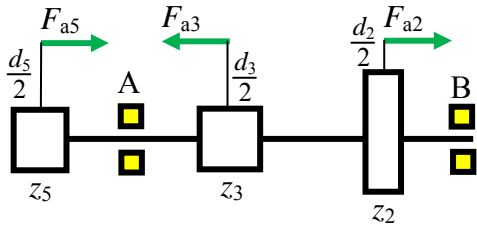
Ukupna radijalna sila koja opterećuje ležaj A određuje se kao geometrijski zbir reakcija ležaja u horizontalnoj i vertikalnoj ravni:

$$F_{rA} = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{(-4391)^2 + (-4392)^2} = 6211 \text{ N}$$

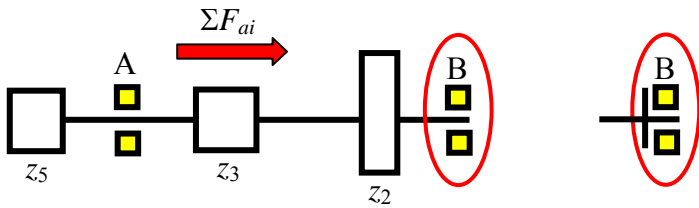
✚ Ukupna AKSIJALNA sila koja opterećuje ležaj A

Ležaj može biti opterećen aksijalnom silom ili ne mora. Od čega to zavisi:

1.način – kada oblik ležaja ne definiše prihvatanje aksijalne sile



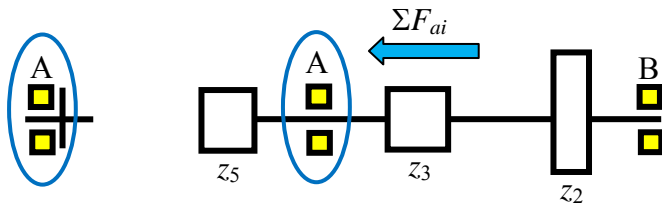
U ovom slučaju **DESNI LEŽAJ** prihvata rezultujuću aksijalnu silu koja je **usmerena na desno**:



$$F_{aA} = 0$$

$$F_{aB} \neq 0 \Rightarrow F_{aB} = \Sigma F_{ai}$$

odnosno **LEVI LEŽAJ** prihvata rezultujuću aksijalnu silu koja je **usmerena na levo**:

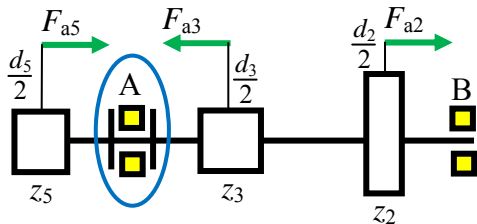


$$F_{aA} \neq 0 \Rightarrow F_{aA} = \Sigma F_{ai}$$

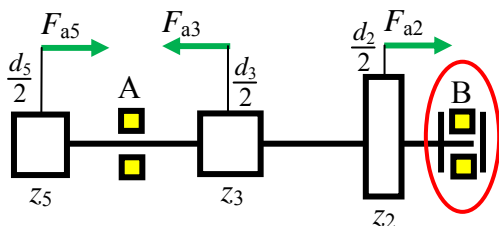
$$F_{aB} = 0$$

Aksijalne sile na vratilu predstavljaju aksijalne sile koje deluju na zupčanicima i njihov smer je definisan u analizi sile.

2.način – kada oblik ležaja definiše prihvatanje aksijalne sile



Ovakav oblik ležaja A označava da on **prenosi** aksijalnu silu bez obzira na smer rezultujuće aksijalne sile.



Ovakav oblik ležaja B označava da on **prenosi** aksijalnu silu bez obzira na smer rezultujuće aksijalne sile.

Pošto aksijalna sila F_{a2} deluje desno, a aksijalna sila F_{a3} deluje levo, sledi da je rezultujuća aksijalna sila jednaka njihovoj razlici. Kako rezultujuća aksijalna sila deluje u smeru veće sile, tj. na levo, to znači da je opterećen levi ležaj A:

$$F_{aA} = F_{a3} - F_{a2} = 2235 - 2089 = 146 \text{ N} \quad (\leftarrow)$$

Napomena: Ne moraju se koristiti znaci ispred sila kao + za desno i - za levo. Bitno je pravilno definisati smer rezultujuće sile.

Zaključak: Pre nego što se pređe na određivanje radnog veka ležaja, potrebno je imati sledeće podatke:

- ukupna radijalna sila u ležaju A - $F_{rA} = 6211 \text{ N}$
- ukupna aksijalna sila u ležaju A - $F_{aA} = 146 \text{ N}$

✚ Karakteristike ležaja A

Karakteristike ležaja nalaze se u prilogu knjige ME na str. 405 (ležaji 60 i 62) i na str. 406 (ležaji 63 i 64).

Zadati ležaj **6208** ima sledeće karakteristike:

- dinamička nosivost ležaja $C = 29 \text{ kN}$
- statička nosivost ležaja $C_0 = 18 \text{ kN}$
- faktor $f_0 = 14$

✚ Ukupna sila u ležaju A

Radni vek ležaja se definiše u odnosu na ukupnu silu koja deluje u ležaju A. Ona zavisi od ukupne radijalne sile u ležaju A (F_{rA}) i ukupne aksijalne sile u ležaju A (F_{aA}), kao i od njihovog odnosa.

Ukupna sila koja deluje u ležaju A se izračunava:

$$F_A = X \cdot F_{rA} + Y \cdot F_{aA}$$

Napomena: Ovde može biti više slučajeva:

- kada je $F_{aA} = 0$, onda je $F_A = F_{rA}$;
- kada je odnos F_{aA} / F_{rA} mala vrednost, to znači da se uticaj aksijalne sile može zanemariti u odnosu na radijalnu silu, pa se najčešće svodi na prethodni slučaj, tj. $F_A = F_{rA}$;
- kada je odnos F_{aA} / F_{rA} veća vrednost, onda obe sile utiču na ukupnu silu u ležaju, pa se određuje faktor radijalne sile (X) i faktor aksijalne sile (Y), te je ukupna sila u ležaju A jednaka:

$$F_A = X \cdot F_{rA} + Y \cdot F_{aA}$$

U dnu tabele na 405. i 406. strani dati su odnosi kojima se rešavaju faktori radijalne i aksijalne sile:

$$\frac{f_0 \cdot F_{aA}}{C_0} = \frac{14 \cdot 146}{18000} = 0,1135 \rightarrow e = 0,22$$

$$\frac{F_{aA}}{F_{rA}} = \frac{146}{6211} = 0,0235 < e \rightarrow X = 1, Y = 0$$

Ukupna sila u ležaju A:

$$F_A = X \cdot F_{rA} + Y \cdot F_{aA} = 1 \cdot 6211 + 0 \cdot 146 = 6211 \text{ N}$$

Radni vek ležaja A

$$L_{hA} = \frac{10^6}{60 \cdot n_A} \cdot \left(\frac{C}{F_A} \right)^3 = \frac{10^6}{60 \cdot 325,16} \cdot \left(\frac{29000}{6211} \right)^3 = 5217 \text{ h}$$

gde je: n_A – broj obrtaja ležaja A

$$n_A = n_2 = 325,16 \text{ min}^{-1}$$

Radni vek ležaja u industrijskim prenosnicima se najčešće uzima da je $L_{h \text{ opt}} = 10000$ sati rada, tako da se ovo izračunavanje radnog veka ležaja na kraju svodi na poređenje izračunatog radnog veka sa optimalnim vekom trajanja ležaja.

Zaključak: Radni vek ležaja ne zadovoljava, jer je $L_{hA} < L_{h \text{ opt}} = 10000 \text{ h}$.

Druga varijanta zadatka:

Ovaj zadatak bi mogao da glasi da se usvoji ležaj za neki oslonac, A ili B. U tom slučaju mora se dati prečnik ležaja, a zadatakom bi se tražio kuglični jednoređi ležaj, što znači da je prvi broj u oznaci „6“. Pošto se poznaje prečnik, onda su poznati i treći i četvrti broj u oznaci, tako da je jedino pitanje koji je drugi broj u oznaci koji definiše jačinu ležaja, što znači da se u zadatku određuje dinamička nosivost ležaja C:

6 X X X

Ova varijanta zadatka sprovodi se u 7. tački grafičkog rada kada je potrebno usvojiti ležaj, dok je 8. tačka grafičkog rada vezana za proveru radnog veka usvojenog ležaja.

Pri usvajanju dinamičke nosivosti ležaja C, polazi se od jednačine da radni vek ležaja treba da zadovolji traženi optimalni radni vek $L_{h \text{ opt}}$:

$$L_h = \frac{10^6}{60 \cdot n} \cdot \left(\frac{C}{F} \right)^3 = L_{h \text{ opt}}$$

Iz ove jednačine se dobija izraz za dinamičku nosivost ležaja C:

$$C = \frac{F}{100} \cdot \sqrt[3]{60 \cdot n \cdot L_{h \text{ opt}}}$$

gde je: F – ekvivalentno (ukupno) opterećenje ležaja

$$F = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

Napomena: Ako je ležaj opterećen samo radijalnom silom, ekvivalentno opterećenje se može tačno izračunati. U slučaju manje aksijalne sile, ukupna sila u ležaju približno je jednaka radijalnoj. Kod većih aksijalnih sila, ukupna sila se uvećava za određeni deo.

Primer proračuna – Usvojiti ležaj A na prečniku vratila 25 mm

$$C_A = \frac{F_A}{100} \cdot \sqrt[3]{60 \cdot n_A \cdot L_{h \text{ opt}}} = \frac{6211}{100} \cdot \sqrt[3]{60 \cdot 325,16 \cdot 10000} = 36023 \text{ N}$$

gde je: F_A – ekvivalentno (ukupno) opterećenje ležaja A koji prenosi aksijalnu silu, računa se na sledeći način:

$$F_A = X \cdot F_{rA} + Y \cdot F_{aA} \approx F_{rA} = 6211 \text{ N}$$

$$F_{rA} = 6211 \text{ N}, F_{aA} = 146 \text{ N} – \text{izračunato ranije}$$

$$n_A = 325,16 \text{ min}^{-1} – \text{izračunato ranije}$$

Napomena: Pošto je sada ležaj nepoznat, nije poznata statička nosivost ležaja, tako da nije moguće odrediti odnos $\frac{f_0 \cdot F_{aA}}{C_0}$, pa se ne mogu odrediti faktori radijalne i aksijalne sile, X i Y . Kako je aksijalna sila mnogo manja od radijalne sile u ležaju A, usvaja se da je ukupna sila u ležaju A jednaka radijalnoj sili.

Usvajanje ležaja: Na osnovu izračunate dinamičke nosivosti ležaja C, usvaja se ležaj tako što njegova dinamička nosivost treba da bude veća ili jednaka od ove vrednosti. U redu za prečnik ležaja 25 mm, kreće se od najužeg ležaja, sve dok se ne pronađe prvi ležaj čija je dinamička nosivost približna ili veća od izračunate.

Na osnovu toga, usvaja se ležaj A oznake **6405** čija je dinamička nosivost $C = 36000$ N.

Primer proračuna – Usvojiti ležaj B na prečniku vratila 30 mm

$$C_B = \frac{F_B}{100} \cdot \sqrt[3]{60 \cdot n_B \cdot L_{h \text{ opt}}}$$

gde je: F_B – ekvivalentno (ukupno) opterećenje ležaja B koji ne prenosi aksijalnu silu, računa se na sledeći način:

$$F_B = F_{rB} = \text{uraditi za vežbu}$$

$$F_{rB} = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = \text{uraditi za vežbu}$$

$$n_B = n_A = 325,16 \text{ min}^{-1} - \text{izračunato ranije}$$