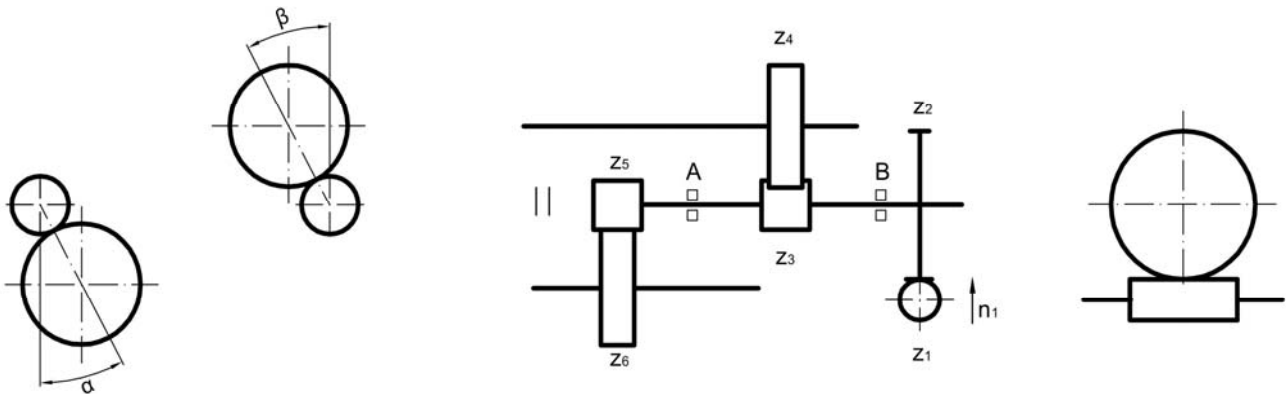


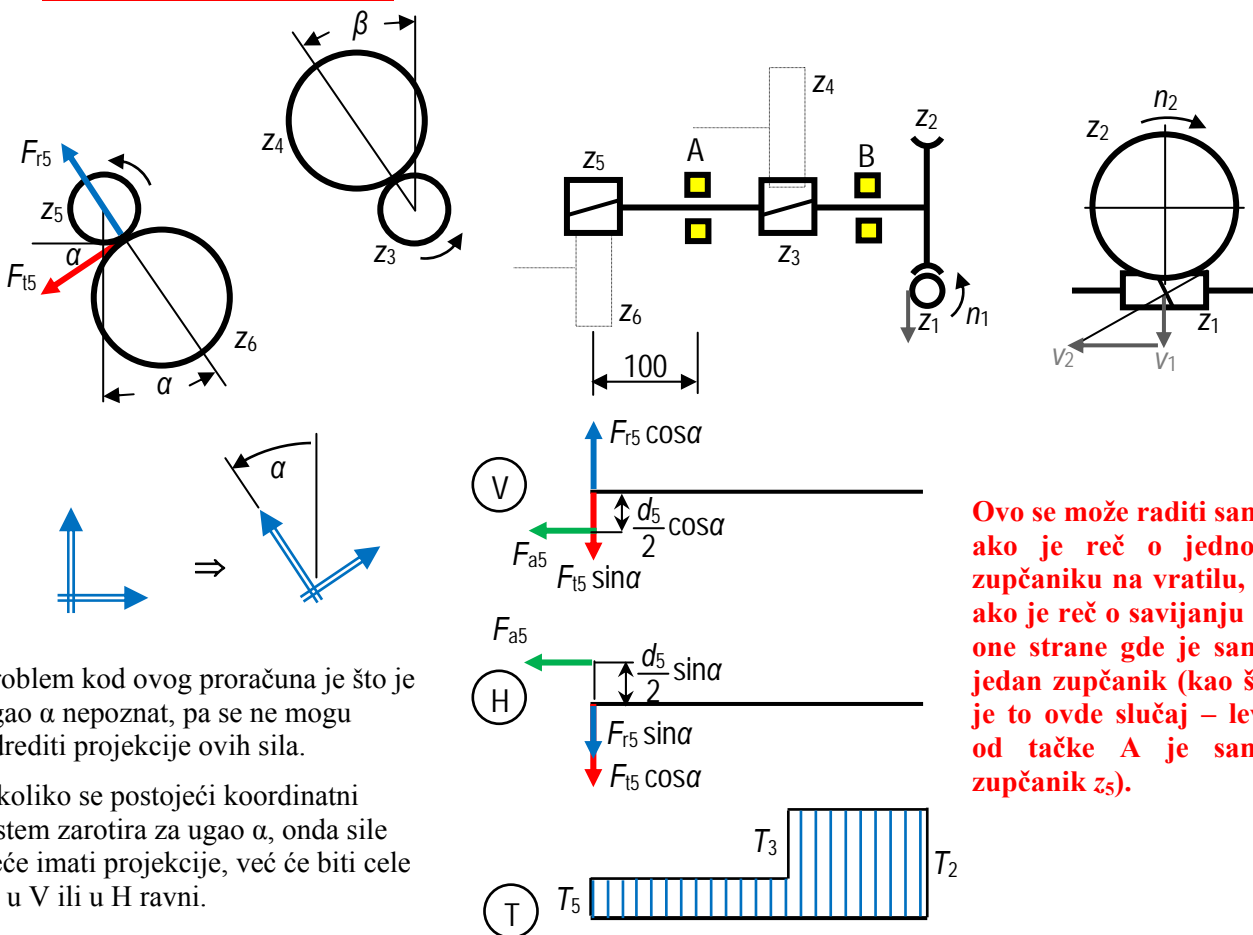
ZADATAK IZ ZAVRŠNOG PRORAČUNA VRATILA

Nacrtati dijagram uvijanja vratila II i stepen sigurnosti vratila na mestu ležaja A, ako je poznata snaga elekromotora $P_{em} = 1,1 \text{ kW}$, broj obrtaja elekromotora $n_{em} = 1440 \text{ min}^{-1}$, broj zubaca zupčanika $z_1 = 2$ (D), $z_2 = 46$, $m_{1/2} = 1,5 \text{ mm}$, $q_{1/2} = 14$, $z_3 = 13$ (L), $z_4 = 46$ (D), $m_{3/4} = 1,5 \text{ mm}$, $\beta_{3,4} = 12^\circ$, $z_5 = 15$ (L), $z_6 = 56$ (D), $m_{5,6} = 2 \text{ mm}$, $\beta_{5,6} = 10^\circ$, stepen iskorišćenja zupčastih parova $\eta_{3/4} = \eta_{5/6} = 0,98$, a pužnog para $\eta_{1/2} = 0,8$ i da je obrtni moment na izlazu $T_6 = 80 \text{ Nm}$. Materijal vratila je C60 (Č1730), a prečnik vratila na tom mestu je 40 mm, sredina zupčanika udaljena je od sredine ležaja 100 mm. Računati da mehanizam radi sa srednjim udarima.



Postupak koji sledi sprovodi se uvek na isti način i namenjen je za proveru određenog kritičnog preseka čiji prečnik je poznat. Prvih par koraka odnose se i za 3. i za 4. zadatak, a koraci koji se odnose specifično za završni proračun, biće napomenuti posebno. Uputstvo se odnosi i na objašnjenje 8. tačke grafičkog rada.

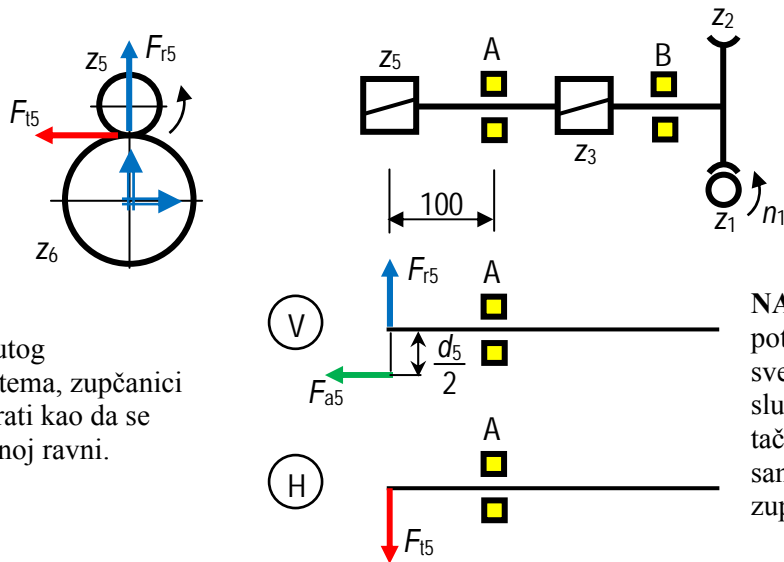
• Analiza sila na vratilu



Ovo se može raditi samo ako je reč o jednom zupčaniku na vratilu, ili ako je reč o savijanju sa one strane gde je samo jedan zupčanik (kao što je to ovde slučaj – levo od tačke A je samo zupčanik z_5).

Problem kod ovog proračuna je što je ugao α nepoznat, pa se ne mogu odrediti projekcije ovih sila.

Ukoliko se postojeći koordinatni sistem zarotira za ugao α , onda sile neće imati projekcije, već će biti cele ili u V ili u H ravni.



Iz ovog zaokrenutog koordinatnog sistema, zupčanici se mogu posmatrati kao da se nalaze u vertikalnoj ravni.

NAPOMENA: Nekada nije potrebno raditi analizu sila za sve zupčanike. U ovom slučaju moment savijanja u tački A se može izračunati samo pomoću sila sa zupčanika z_5 .

• **Određivanje obrtnih momenata koji opterećuju vratilo i elemente na vratilu**

Dijagram obrtnih momenata na vratilu nacrtan je na prethodnoj strani.

Preporučuje se da se u 3. i 4. zadatku ispod analize sila obavezno crta i dijagram obrtnih momenata. Na taj način manje su šanse da se napravi greška, a svi momenti nacrtani na dijagramu T , određuju se bilansom momenata.

🚩 Obrtni moment koji deluje na zupčaniku z_5 :

$$T_5 = \frac{T_6}{\frac{z_6}{z_5} \eta_{56}} = \frac{80}{\frac{56}{15} \cdot 0,98} = 21,866 \text{ Nm}$$

• **Određivanje sila na prenosnim elementima na vratilu**

Prenosni elementi na vratilu mogu biti zupčanici ili kaišnici i analiza njihovih sila je prethodno urađena. Kod kaišnika postoji samo jedna sila koja opterećuje vratilo i to je radijalna sila.

Ukoliko je reč o trapeznom ili višeprofilnom kaišniku, radijalna sila se određuje na sledeći način:

$$F_r = (1,5 \dots 2) \cdot C_A \cdot F_t \quad (\text{ME, (4.67)/str.132})$$

Ukoliko je reč o zupčastom kaišniku, radijalna sila se određuje na sledeći način:

$$F_r = 1,5 \cdot C_A \cdot F_t \quad (\text{ME, (4.85)/str.162})$$

U ovom zadatku na vratilu se nalaze samo zupčanici. U zavisnosti od njihovog oblika, koriste se različiti obrasci za odgovarajuće zupčanike:

cilindrični zupčanici – ME, str.210-211, izrazi (4.148) - (4.150)

konusni zupčanici – ME, str.233, izrazi (4.164) - (4.171)

pužni zupčanici – ME, str.241-242, izrazi (4.190) - (4.194)

Treba primetiti da se obimna sila kod svih zupčanika **određuje na isti način:**

$F_t = \frac{2 \cdot T_R}{d}$, gde je $T_R = T \cdot K_A$ – radni obrtni moment (moment pomnožen faktorom udara K_A , tab.4.40/str.213), d – prečnik zupčanika

U ovom zadatku na vratilu se nalaze samo cilindrični zupčanici, tako da se vrednosti njihovih sila računaju na sledeći način:

✚ **Sile na zupčaniku z_5 :**

obimna sila: $F_{t5} = \frac{2 \cdot T_{R5}}{d_5} = \frac{2 \cdot 27332}{30,463} = 1794 \text{ N}$

gde je $T_{R5} = T_5 \cdot K_A = 21,866 \cdot 1,25 = 27,332 \text{ Nm}$

Voditi računa da se jedinice u izrazima poklapaju. Pisati jedinice svuda, inače može doći do greške kasnije.

K_A – faktor radnih uslova (tab.4.40/str.213) se u ovom zadatku rečeno je da mehanizam radi sa srednjim udarima, $K_A = 1,25$

d_5 – prečnik zupčanika

$$d_5 = \frac{m_{n56} \cdot z_5}{\cos \beta_{56}} = \frac{2 \cdot 15}{\cos 10^\circ} = 30,463 \text{ mm}$$

radijalna sila: $F_{r5} = F_{t5} \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_{56}} = 1794 \cdot \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 10^\circ} = 663 \text{ N}$

aksijalna sila: $F_{a5} = F_{t5} \operatorname{tg} \beta_{56} = 1794 \cdot \operatorname{tg} 10^\circ = 316 \text{ N}$

• Određivanje otpora oslonaca (sila u ležajima) – OVO JE SLUČAJ KADA NIJE POTREBNO ODREDITI OTPORE OSLONACA

NAPOMENA: Moment savijanja se može odrediti ili sa leve ili sa desne strane i uvek se to radi lakšim slučajem. U ovom slučaju, moment savijanja se lakše određuje sa leve strane i pošto je zupčanik na prepustu, moment savijanja se može odrediti samo na osnovu aktivnih sila, pa se onda reakcije oslonaca ne moraju računati.

• Izračunavanje momenta savijanja na mestu zupčanika z_2

Na osnovu analize sila, određuju se momenti savijanja u vertikalnoj i horizontalnoj ravni za mesto koje proveravamo, odnosno na kome određujemo stepen sigurnosti.

✚ Moment savijanja na mestu levog ležaja A u vertikalnoj ravni (sa leve strane):

$$M_{AV} = F_{r5} \cdot 100 + F_{a5} \cdot \frac{d_5}{2} = 663 \cdot 100 + 316 \cdot \frac{30,463}{2} = 71113,2 \text{ Nmm}$$

Napomena: Pošto sad u tački A ne deluje aksijalna sila, računa se samo jedan moment savijanja.

✚ Moment savijanja na mestu levog ležaja A u horizontalnoj ravni (sa leve strane):

$$M_{AH} = -F_{t5} \cdot 100 = -1794 \cdot 100 = -179400 \text{ Nmm}$$

Napomena: Ni ovde nema aksijalne sile, pa se računa samo jedan moment savijanja.

✚ Ukupni moment savijanja na mestu levog ležaja A:

$$M_A = \sqrt{M_{AH}^2 + M_{AV}^2} = \sqrt{71113,2^2 + 179400^2} = 192980,4 \text{ Nmm}$$

Napomena: Dovde je zajednički deo i za prethodni i za završni proračun. Veoma je slično i kod ležaja, samo tamo nije potreban moment savijanja.

Na kraju zajedničkog dela proračuna vratila poznat je:

- obrtni moment na mestu levog ležaja A:

$$T_{AR} = T_{R5} = 27332 \text{ Nmm}$$

- moment savijanja na mestu levog ležaja A:

$$M_A = 192980,4 \text{ Nmm}$$

KRAJ ZAJEDNIČKOG DELA

DEO KOJI SLEDI PRIPADA ISKLJUČIVO ZAVRŠNOM PRORAČUNU KADA SE RAČUNA STEPEN SIGURNOSTI VRATILA:

✚ Parcijalni stepen sigurnosti na savijanje S_σ :

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{DM}}{\sigma} = \frac{96,88}{30,15} = 3,21$$

gde je: σ_{DM} – kritična dinamička izdržljivost

$$\sigma_{DM} = \sigma_{Df(-1)} \frac{\xi_{1\sigma} \cdot \xi_2 \cdot \xi_3}{\beta_{k\sigma}} = \sigma_{Df(-1)} \frac{\xi_2 \cdot \xi_3}{\beta_{k\sigma} \xi_{1\sigma}} = 370 \cdot \frac{1 \cdot 1}{3,819} = 96,88 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

gde je za materijal vratila C60 (tab.2.5/str.30-31):

$$\sigma_{Df(-1)} = 340 \dots 400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{ usvaja se } \sigma_{Df(-1)} = 370 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{D(0)} = 280 \dots 370 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{ usvaja se } \tau_{D(0)} = 325 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$R_m = 800 \dots 950 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{ usvaja se } R_m = 875 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$\xi_{1\sigma}$ – faktor apsolutnih dimenzija (tab.5.3/str.257)

Napomena: Faktor apsolutnih dimenzija određivao bi se na ovaj način iz tab.5.3/str.257 za sve slučajeve, osim za ovaj kada se određuje stepen sigurnosti na mestu ležaja. U slučaju stepena sigurnosti na mestu ležaja, gleda se slučaj za čvrsta / neizvesna naleganja (tab.5.6/str.258) kada je bolje modifikovati formulu za kritičnu dinamičku izdržljivost:

$$\sigma_{DM} = \sigma_{Df(-1)} \frac{\xi_2 \cdot \xi_3}{\beta_{k\sigma} \xi_{1\sigma}}$$

pa je $\frac{\beta_{k\sigma}}{\xi_{1\sigma}} = 3,819$ – za $d_v = 40 \text{ mm}$, čvrsto naleganje, $R_m = 875 \text{ N/mm}^2$, za savijanje

ξ_2 – faktor kvaliteta obrade (tab.5.4/str.257)

$\xi_3 = 1$ – za brušenu površinu, $R_m 875 \text{ N/mm}^2$

Napomena: Faktor kvaliteta obrade jednak je i pri savijanju i pri uvijanju, a u slučaju brušenja usvaja se da je $\zeta_2 = 1$

ζ_3 – faktor stanja površine (tab.5.5/str.257)

$\zeta_3 = 1$ – za površinu bez dodatnih obrada (**uvek u zadacima usvajati ovako**)

σ – napon usled savijanja

$$\sigma = \frac{M_A}{W} = \frac{192980,4}{6400} = 30,15 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

W – otporni momenat u datom preseku (tab.5.7/str.259)

$$W = \frac{\pi d_v^3}{32} = 0,1 d_v^3 = 0,1 \cdot 40^3 = 6400 \text{ mm}^3$$

$d_v = 40$ mm – prečnik vratila koji se proverava (dato zadatkom)

Napomena: Ukoliko se radi o preseku na mestu zupčanika koji se postavlja pomoću klina, gledati odgovarajući otporni moment za taj slučaj. Ukoliko se radi o preseku na mestu zupčanika koji je izjedna izrađen sa vratilom, gledati otporni moment za njegov kinematski prečnik.

✚ Parcijalni stepen sigurnosti na uvijanje S_τ :

$$S_\tau = \frac{\tau_{DM}}{\tau} = \frac{102,82}{2,13} = \mathbf{48,27}$$

gde je: τ_{DM} – kritična dinamička izdržljivost

$$\tau_{DM} = \tau_{D(0)} \frac{\xi_{1\tau} \cdot \xi_2 \cdot \xi_3}{\beta_{k\tau}} = \tau_{D(0)} \frac{\xi_2 \cdot \xi_3}{\xi_{1\tau} \beta_{k\tau}} = 325 \cdot \frac{1 \cdot 1}{3,161} = 102,82 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

gde je $\tau_{D(0)}$ za materijal vratila C60 očitano iz tab.2.5/str.30-31

$\xi_{1\tau}$ – faktor apsolutnih dimenzija (tab.5.3/str.257)

Napomena: Isto kao i za savijanje, faktor apsolutnih dimenzija određivao bi se na ovaj način iz tab.5.3/str.257 za sve slučajeve, osim za ovaj kada se određuje stepen sigurnosti na mestu ležaja. U slučaju stepena sigurnosti na mestu ležaja, gleda se slučaj za čvrsta / neizvesna naleganja (tab.5.6/str.258) kada je bolje modifikovati formulu za kritičnu dinamičku izdržljivost:

$$\tau_{DM} = \tau_{D(0)} \frac{\xi_2 \cdot \xi_3}{\xi_{1\tau} \beta_{k\tau}} \quad \text{pa je} \quad \frac{\beta_{k\tau}}{\xi_{1\tau}} = 3,161 \quad \text{– za } d_v = 40 \text{ mm, čvrsto naleganje, } R_m 875 \text{ N/mm}^2, \text{ za uvijanje}$$

τ – napon usled uvijanja

$$\tau = \frac{T_{AR}}{W_p} = \frac{27332}{12800} = 2,13 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

W_p – polarni otporni momenat u datom preseku (tab.5.7/str.259)

$$W_p = \frac{\pi d_v^3}{16} = 0,2 d_v^3 = 0,2 \cdot 40^3 = 12800 \text{ mm}^3$$

$d_v = 40 \text{ mm}$ – prečnik vratila koji se proverava (dato zadatkom)

Napomena: Ukoliko se radi o preseku na mestu zupčanika koji se postavlja pomoću klina, gledati odgovarajući otporni moment za taj slučaj. Ukoliko se radi o preseku na mestu zupčanika koji je izjedna izrađen sa vratilom, gledati otporni moment za njegov kinematski prečnik.

✚ Ukupan stepen sigurnosti na mestu levog ležaja A:

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} = \frac{3,21 \cdot 48,27}{\sqrt{3,21^2 + 48,27^2}} = 3,2$$

Komentar: pošto je ukupan stepen sigurnosti nešto veći od preporučene vrednosti stepena sigurnosti:

$$S = 3,2 > S_{\min} = 1,5 \dots 2,5$$

zaključuje se da je prečnik u kritičnom preseku blago predimenzionisan, ali ne toliko da bi se reklo da je cela konstrukcija predimenzionisana.

NAPOMENA 1: Kod završnog proračuna obavezno dati komentar o dobijenom stepenu sigurnosti.

NAPOMENA 2: Za prethodno navedena četiri najčešća slučaja oblika vratila, slede preporuke za usvajanje uticajnih faktora i efektivnog faktora koncentracije napona:

1. slučaj **sa žlebom za klin** – $\xi_{1\sigma}$ i $\xi_{1\tau}$ usvojiti prema tab.5.3/str.257, a $\beta_{k\sigma}$ i $\beta_{k\tau}$ usvojiti prema tab.5.6/str.258 (žlebovi za klin, posebno savijanje, posebno uvijanje),
2. slučaj **spoj sa obrtnim delovima sa čvrstim / neizvesnim naleganjem (ovaj slučaj je dat u zadatku)** – $\xi_{1\sigma}$ i $\xi_{1\tau}$ NE USVAJATI POSEBNO, već gledati odnos $\beta_{k\sigma} / \xi_{1\sigma}$ i $\beta_{k\tau} / \xi_{1\tau}$ prema tab.5.6/str.258 za čvrsta / neizvesna naleganja,
3. slučaj **cilindrični ili konusni zupčanik izjedna izrađen sa vratilom (zupčasto vratilo)** – $\xi_{1\sigma}$ i $\xi_{1\tau}$ usvojiti prema tab.5.3/str.257, a $\beta_{k\sigma}$ i $\beta_{k\tau}$ usvojiti prema tab.5.6/str.258 (ožlebljena vratila, posebno savijanje, posebno uvijanje - evolventno),
4. slučaj **pužni zupčanik izjedna izrađen sa vratilom (pužno zupčasto vratilo)** – $\xi_{1\sigma}$ i $\xi_{1\tau}$ usvojiti prema tab.5.3/str.257, a $\beta_{k\sigma}$ i $\beta_{k\tau}$ usvojiti prema tab.5.6/str.258 (metrički navoj, posebno savijanje, posebno uvijanje).