

PRIJANJANJE I KLIZANJE



Klizanje točka - definicija

DEFINICIJA:

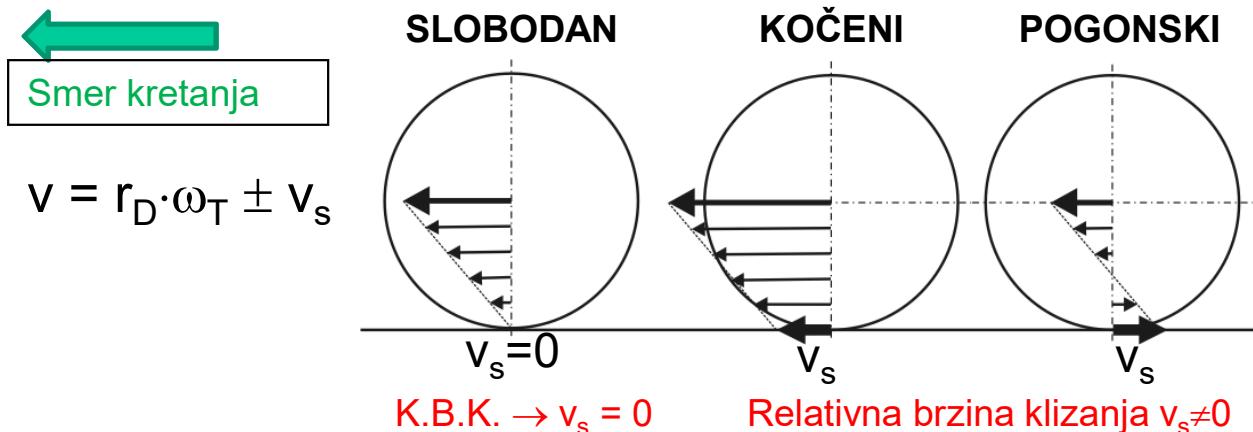
Pod klizanjem se podrazumevaju sve pojave koje dovode do toga da se stvarna translatorna brzina točka v razlikuje od teorijske brzine $r_D \cdot \omega_T$.

Izvor: D. Simić

Pogonski točak: stvarna translatorna brzina **manja** je od teorijske
(granični slučaj: $v=0$)

Kočeni točak: stvarna translatorna brzina **veća** je od teorijske
(granični slučaj: $\omega_T=0$)

Geometrijska interpretacija na primeru krutog točka
– ne važi za elastični pneumatik!



☞ Kod elastičnog
točka mehanizam
klizanja je složeniji!

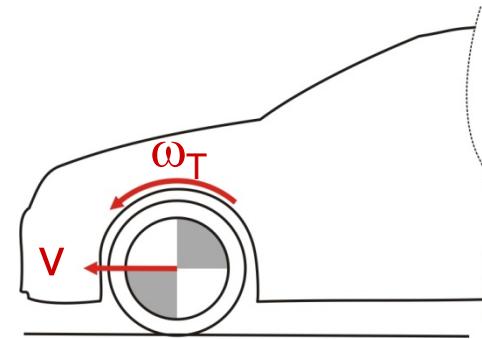
Klizanje točka - definicija

DEFINICIJA:

UKUPNO KLIZANJE TOČKA S

KOČENI TOČAK: $s = \frac{v - r_D \cdot \omega_T}{v} = 1 - \frac{r_D \cdot \omega_T}{v}$

POGONSKI TOČAK: $s = \frac{r_D \cdot \omega_T - v}{r_D \cdot \omega_T} = 1 - \frac{v}{r_D \cdot \omega_T}$



UZROCI I TERMINOLOGIJA

UKUPNO KLIZANJE TOČKA = ELASTIČNA DEFORMACIJA TOČKA +
+ RELATIVNO KLIZANJE ELEMENATA KONTAKTNE POVRŠINE

!

UKUPNO KLIZANJE TOČKA = „KLIZANJE“

ELASTIČNA DEFORMACIJA TOČKA = „DEFORMACIONO KLIZANJE“

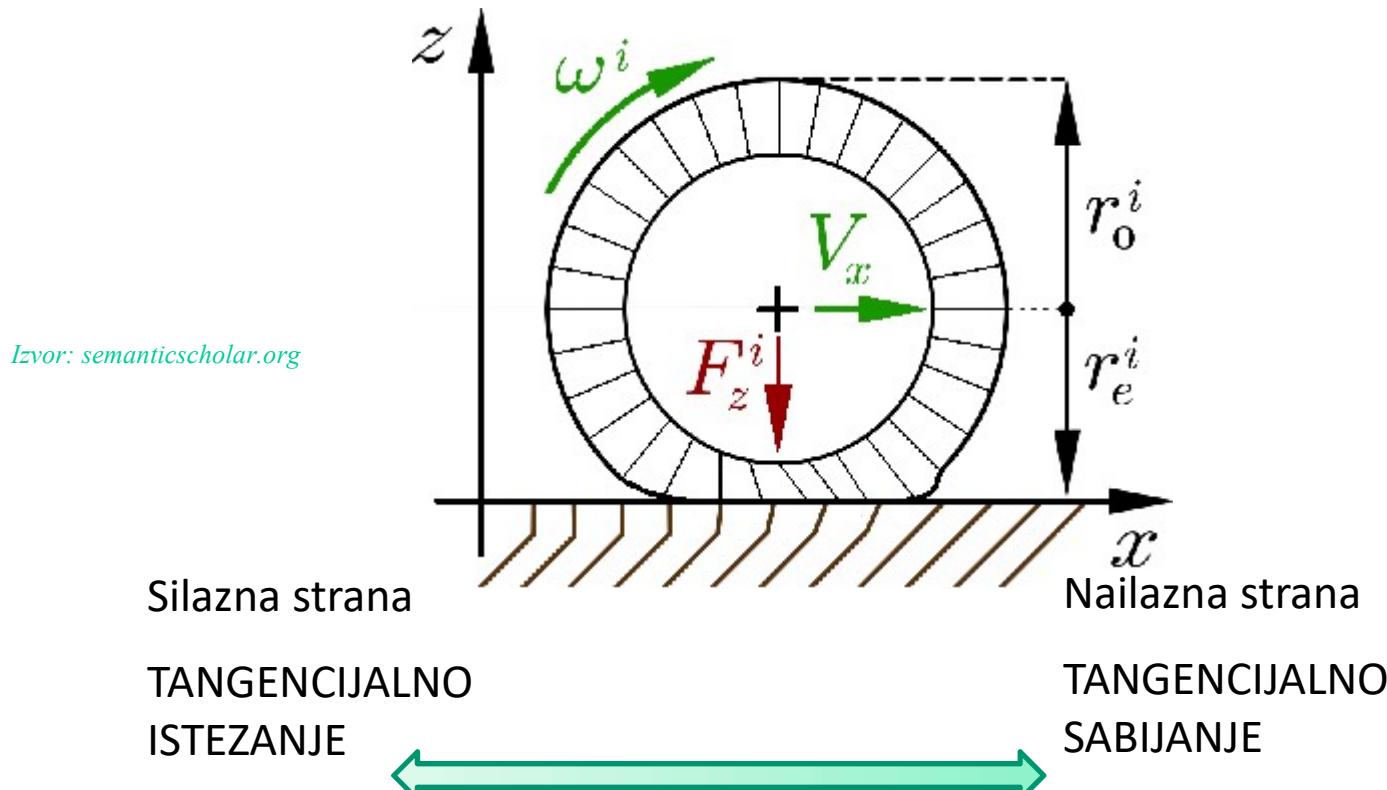
RELATIVNO KLIZANJE ELEMENATA KONT. POVRŠINE = „PROKLIZAVANJE“

Kod krutog točka može da postoji samo PROKLIZAVANJE!!

Kod elastičnog točka javlja se pre svega DEFORMACIONO KLIZANJE!!

Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku

Uprošćen prikaz deformacije pneumatika kao uzroka pojave deformacionog klizanja



Promena naponsko-deformacijskog stanja duž kontaktne površine

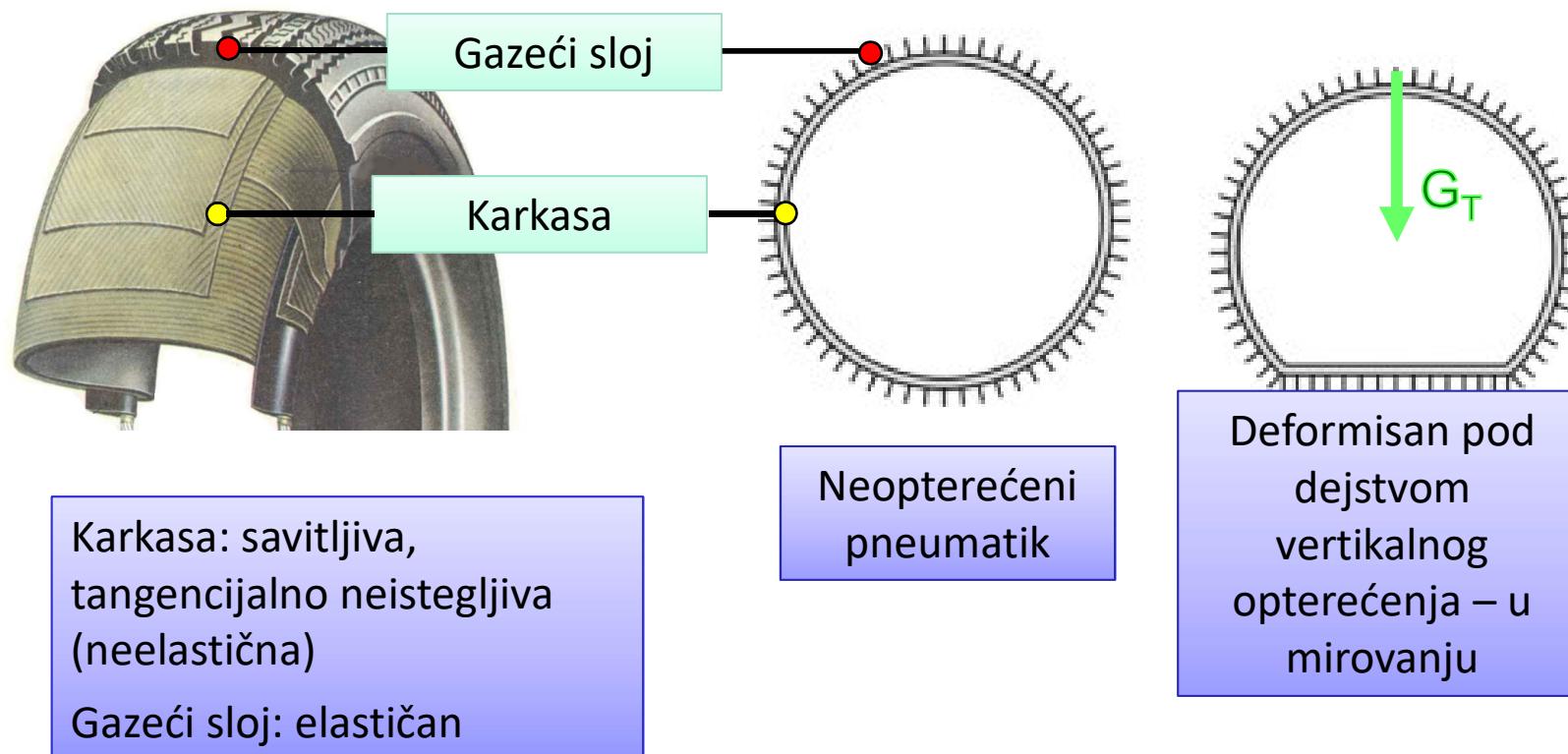
Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku

- Biće dat pojednostavljeni slikoviti prikaz prostiranja deformacije kroz kontaktnu površinu
- Značajno pojednostavljen razmatranje stvarnog procesa
- Prikaz prilagođen obimu i nivou kursa

Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku

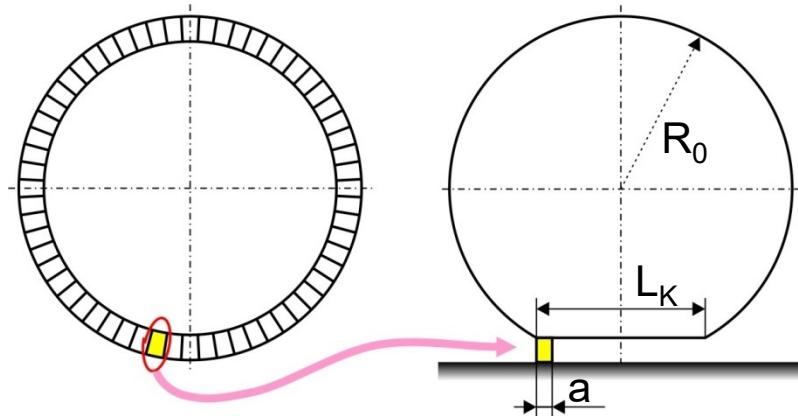
UPROŠĆENI MODEL ZA IZUČAVANJE INTERAKCIJE IZMEĐU PNEUMATIKA I TLA U UZDUŽNOM PRAVCU

Diskretizacija strukture - eng. "BRUSH" - MODEL



Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku

- Aproksimacija: diskretizacija strukture pneumatika (\rightarrow “brush model”)
- Posmatramo izolovano jedan segment (diskretni element) gazećeg sloja



APROKSIMATIVNO ODREĐIVANJE KONTAKTNE DUŽINE L_K

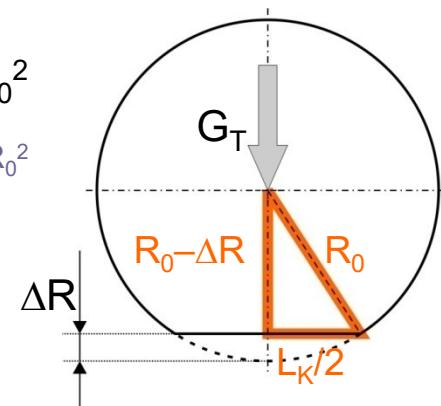
$$(L_K/2)^2 + (R_0 - \Delta R)^2 = R_0^2$$

$$L_K^2/4 + R_0^2 - 2\Delta R R_0 + \Delta R^2 = R_0^2$$

$$G_T \approx c_Z \cdot \Delta R$$

$$\Delta R \ll R_0$$

$$L_K^2 \approx 8R_0 \frac{G_T}{c_Z}$$

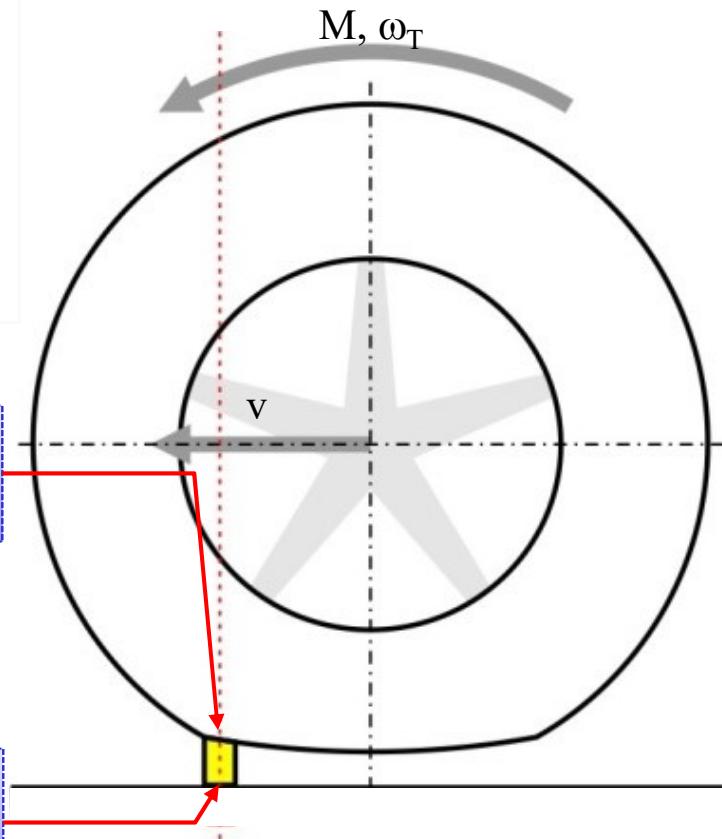


c_Z – radijalna krutost pneumatika

Putnička vozila: $\sim 200 \div 350 \text{ N/mm}$

Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku

- Posmatramo jedan izolovani diskretni element gazećeg sloja
- Analiziramo pojave pri njegovom „putovanju“ kroz kontaktnu površinu

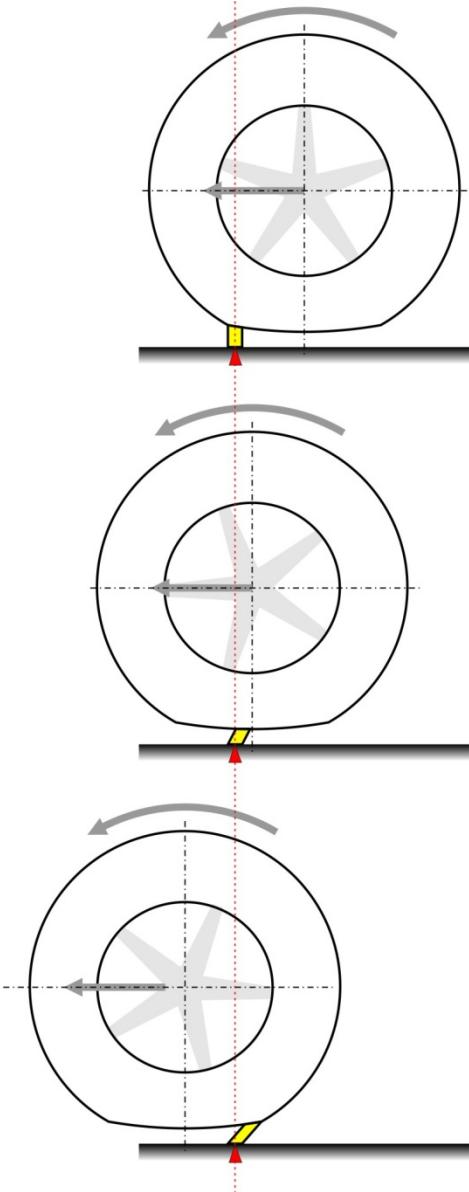


Koren segmenta: u kontaktu sa karkasom

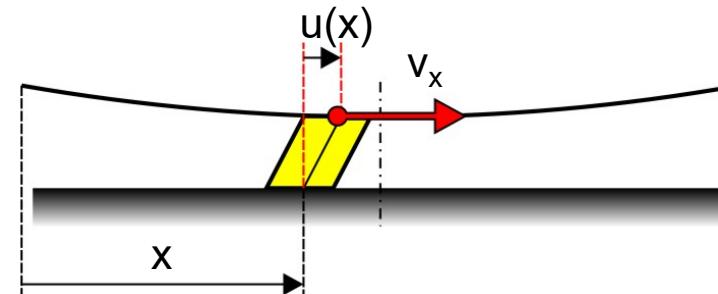
Vrh segmenta: u kontaktu sa podlogom

- Posmatra se slučaj pogonskog točka
- Analogna razmatranja važe za kočeni točak, sa obrnutim smerom deformacija

Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku

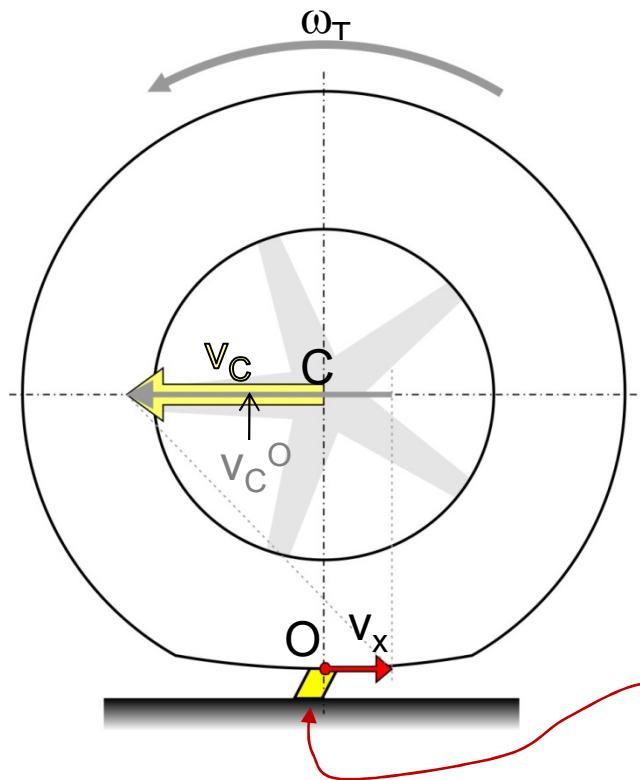


- Posmatrani segment ulazi u kontaktnu zonu nedeformisan
- Srednja relativna brzina segmenta u odnosu na centar točka iznosi $v_{SRel} \approx r_D \cdot \omega_T$
- Aproksimativno $v_{SRel} \approx \text{const}$
- Vrh segmenta zbog trenja / prijanjanja sve vreme miruje u odnosu na podlogu
- Usled dejstva pogonskog momenta i tangencijalne reakcije podloge, i zbog promenljivog stanja napona i deformacije u tangencijalnom pravcu, segment dobija tangencijalnu deformaciju (u) koja raste po x koordinati



- v_x – brzina prostiranja deformacije (ujedno: apsolutna brzina tačke u korenu diskretnog segmenta)

Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku



$$v_O = -v_x$$

$$v_C^O = r_D \cdot \omega_T$$

$$v = v_C = v_O + v_C^O = r_D \cdot \omega_T - v_x$$

v – translatorna brzina

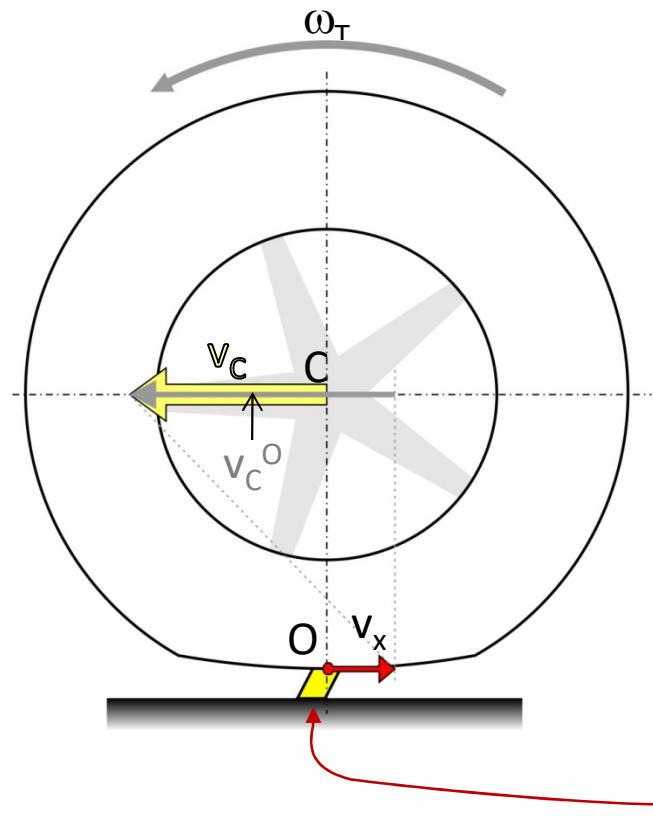
$v \neq r_D \cdot \omega_T \Rightarrow \text{POSTOJI KLIZANJE!}$

Relativna brzina u tački kontakta = 0!

Napomena: prikazani smer v_x važi za pogonski točak. Kod kočenog točka smer v_x je suprotan pa će u tom slučaju važiti:

$$v_O = +v_x \quad v = v_C = v_O + v_C^O = r_D \cdot \omega_T + v_x$$

Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku



$$v_O = -v_x$$

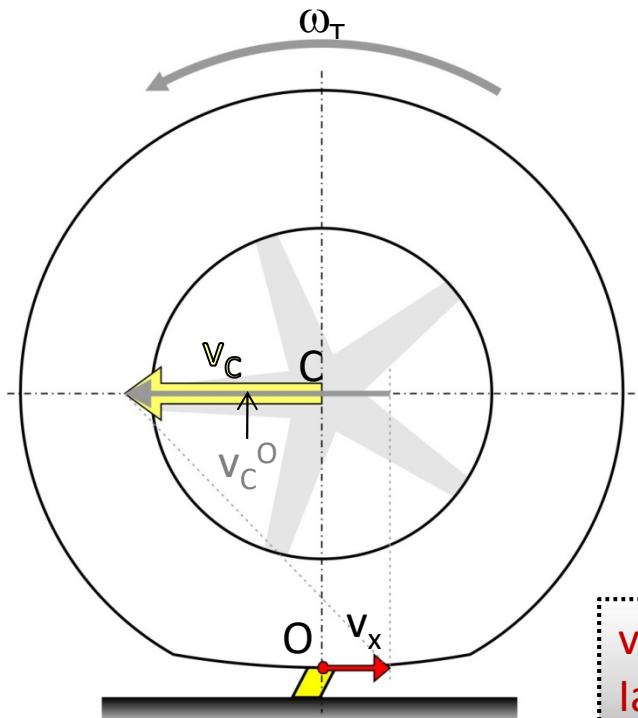
v_x – brzina prostiranja deformacije, brzina kojom se koren segmenta pomera u odnosu na njegov vrh

v_O – brzina tačaka gazećeg sloja pneumatika u zoni karkase

Brzina tačaka gazećeg sloja pneumatika u zoni podloge: 0

Relativna brzina u tački kontakta = 0!

Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku



$$v_O = -v_x$$

$$v_C^O = r_D \cdot \omega_T$$

v_C^O – relativna brzina centra točka u odnosu na koren gazećeg sloja (zona karkase)

$$v \equiv v_C = v_O + v_C^O = r_D \cdot \omega_T - v_x$$

$v \equiv v_C$ – brzina centra točka, translatorna brzina pomeranja točka po podlozi

$$v \neq r_D \cdot \omega_T \Rightarrow$$

Iako je relativna brzina proklizavanja vrha segmenta u odnosu na podlogu =0, POSTOJI KLIZANJE!

Napomena: prikazani smer v_x važi za pogonski točak. Kod kočenog točka smer v_x je suprotan pa će u tom slučaju važiti:

$$v_O = +v_x$$

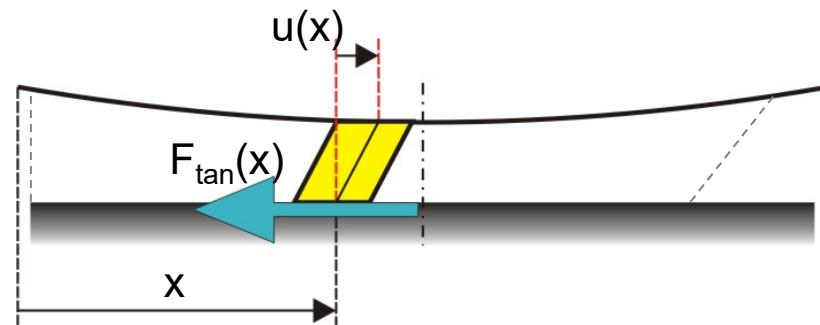
$$v = v_C = v_O + v_C^O = r_D \cdot \omega_T + v_x$$

Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku

- Saglasno Hukovom zakonu, između tangencijalne reakcije podloge i tangencijalne deformacije diskretnog segmenta postoji relacija:

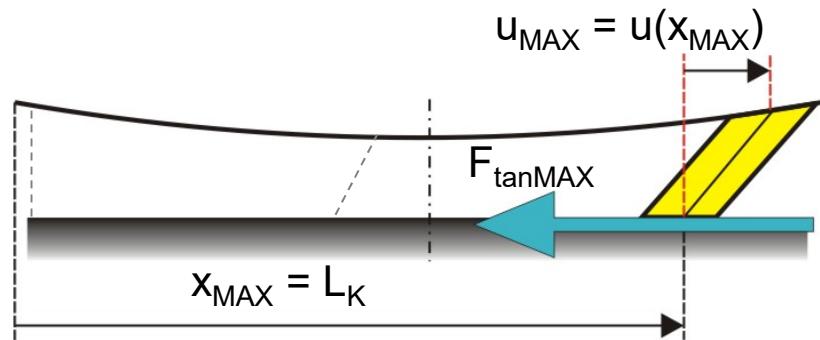
$$F_{\tan}(x) = c_{\tan} \cdot u(x)$$

- c_{\tan} – tangencijalna krutost diskretnog segmenta → karakteristika materijala
- Aproksimativno $c_{\tan} \approx \text{const}$



- Tangencijalna deformacija je maksimalna na kraju kontaktne zone – $u = u_{\text{MAX}}$ za $x = x_{\text{MAX}} = L_K$
- u_{MAX} se može odrediti iz relacije:

$$u_{\text{MAX}} = v_x \cdot T$$



$$T = \frac{L_K}{r_D \cdot \omega_T} - \text{vreme potrebno da elementarni segment stigne do kraja kontaktne zone}$$

Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku

- Zamenom $v_x = r_D \cdot \omega_T - v$ dobija se:

$$u_{MAX} = (r_D \cdot \omega_T - v) \cdot \frac{L_K}{r_D \cdot \omega_T}$$

- Klizanje pogonskog točka definisano je izrazom:

$$s = \frac{r_D \cdot \omega_T - v}{r_D \cdot \omega_T}$$

- Sledi:

$$u_{MAX} = s \cdot L_K$$

- Zbog linearnosti, zakonitost porasta deformacije $u(x)$ duž x ose ima oblik:

$$u(x) = s \cdot x$$

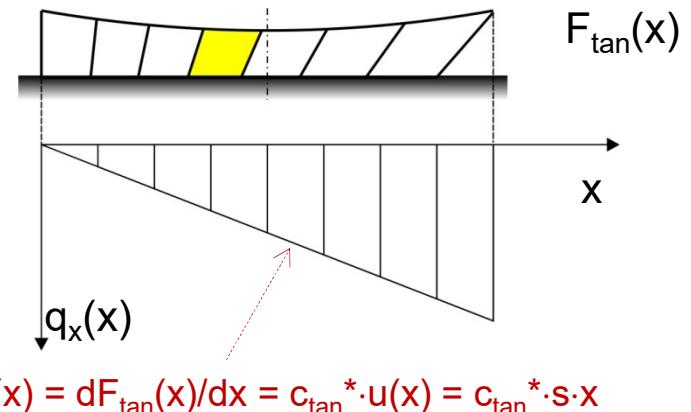
- Prelaskom sa diskretnog na elementarni segment ("Δ" → "d"), elementarna tangencijalna reakcija ima oblik:

$$dF_{tan}(x) = c_{tan}^* \cdot u(x) \cdot dx$$

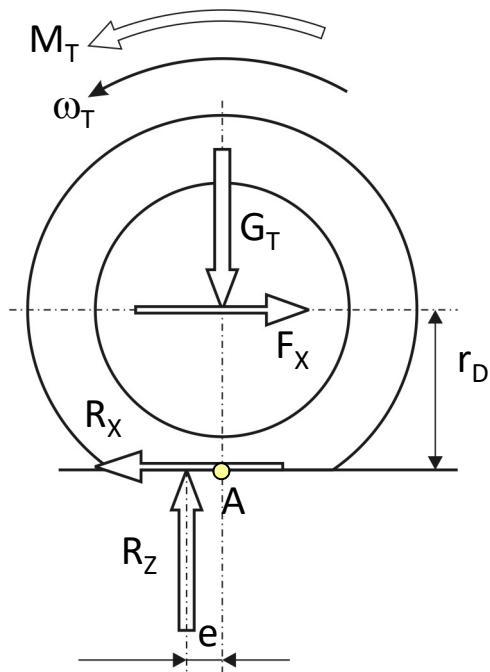
- c_{tan}^* - specifična tangencijalna krutost po dužini

$$c_{tan}^* \left[\frac{N/m}{m} \right] \rightarrow \left[\frac{N}{m^2} \right]$$

- Prelaskom na elementarne segmente zakon raspodele tangencijalne reakcije postaje kontinualan:



Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku



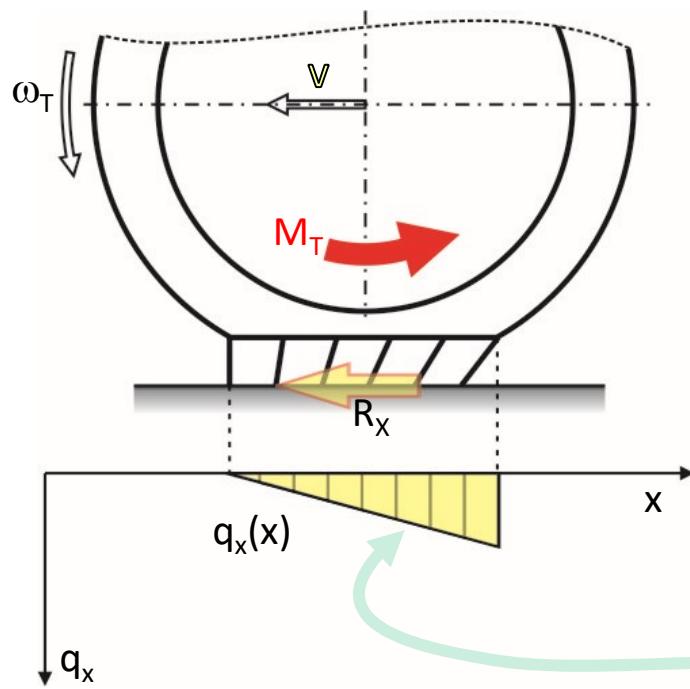
Podsetnik:

Veza između pogonskog momenta na točku M_T i tangencijalne reakcije R_x

$$R_x = \frac{M_T}{r_D} - \frac{e}{r_D} \cdot G_T = F_O - F_f$$

R_x nastaje kao reakcija na M_T

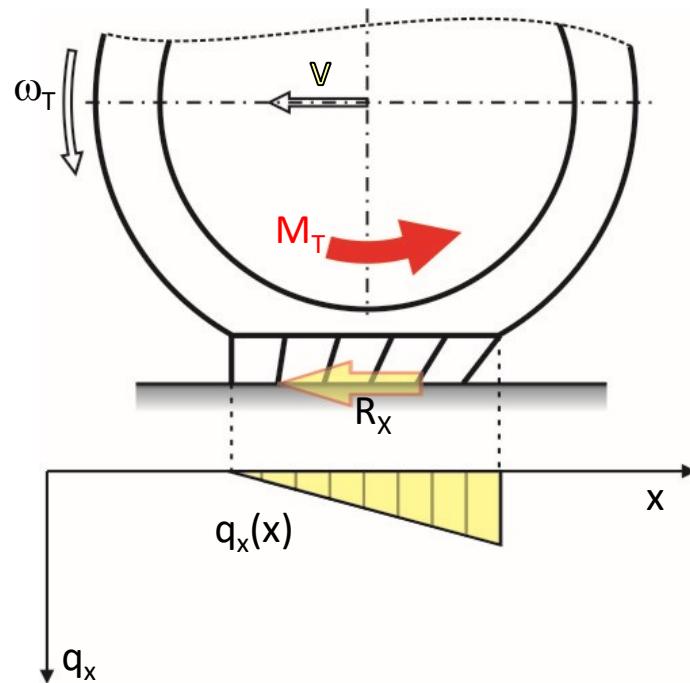
Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku



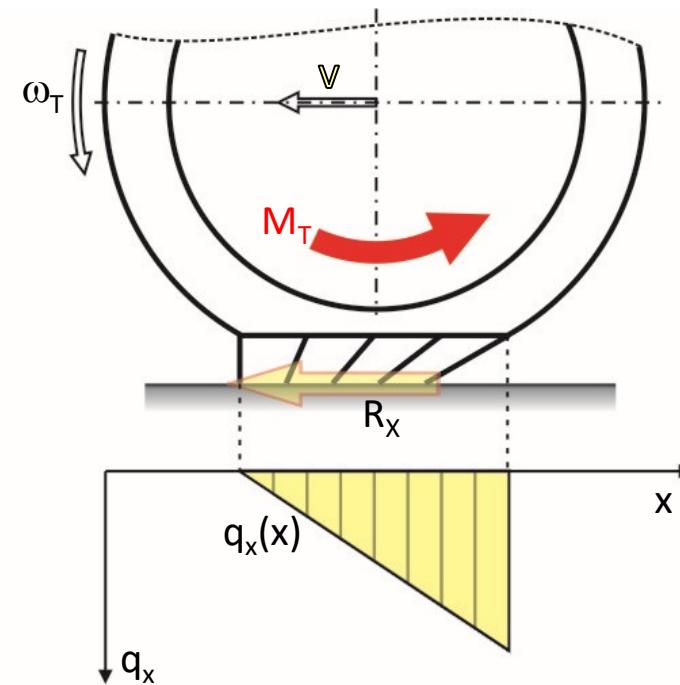
Ukupna tangencijalna reakcija R_x je rezultanta lokalnih / elementarnih tangencijalnih sila $q_x(x)$ u svim segmentima gazećeg sloja

Zakon distribucije kontinualnog opterećenja u uzdužnom / tangencijalnom pravcu

Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku



Manji M_T
Manja deformacija
Manje klizanje
Manja R_x



Veći M_T
Veća deformacija
Veće klizanje
Veće R_x

Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku

- Ukupna tangencijalna reakcija podloge određuje se sumiranjem elementarnih sila duž kontaktne površine:

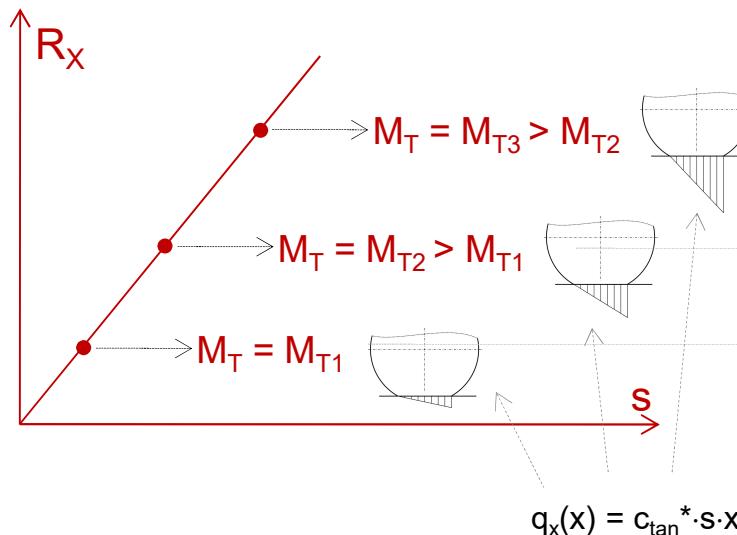
$$R_x = \int_0^{L_K} q_x(x) dx = c_{tan} * s \cdot \int_0^{L_K} x dx = c_{tan} * s \cdot \frac{L_K^2}{2}$$

$$L_K^2 \approx 8R_0 \frac{G_T}{c_z}$$

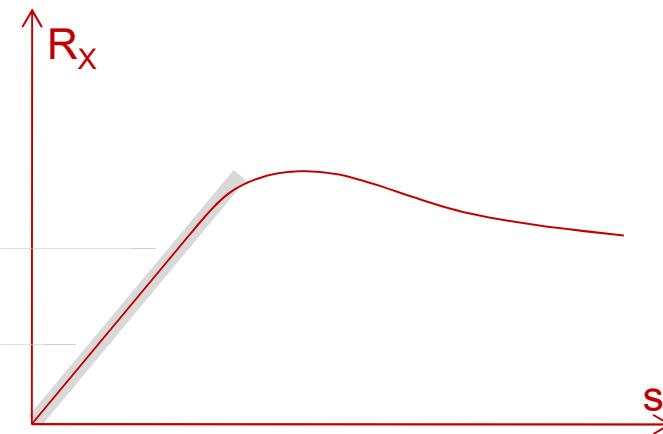
$$R_x = 4R_0 \frac{c_{tan}}{c_z \text{ const}} \cdot G_T \cdot s$$

Podsetnik: $R_x = \frac{M_T}{r_D} - f \cdot G_T$

→ dobijena linearna relacija:



STVARNI OBLIK KRIVE:

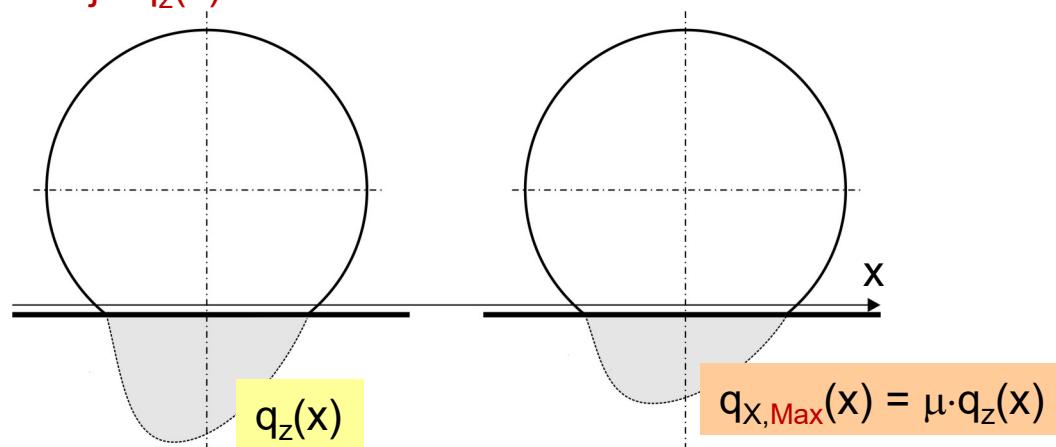


☞ Odakle odstupanje??

Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku

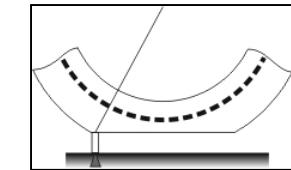
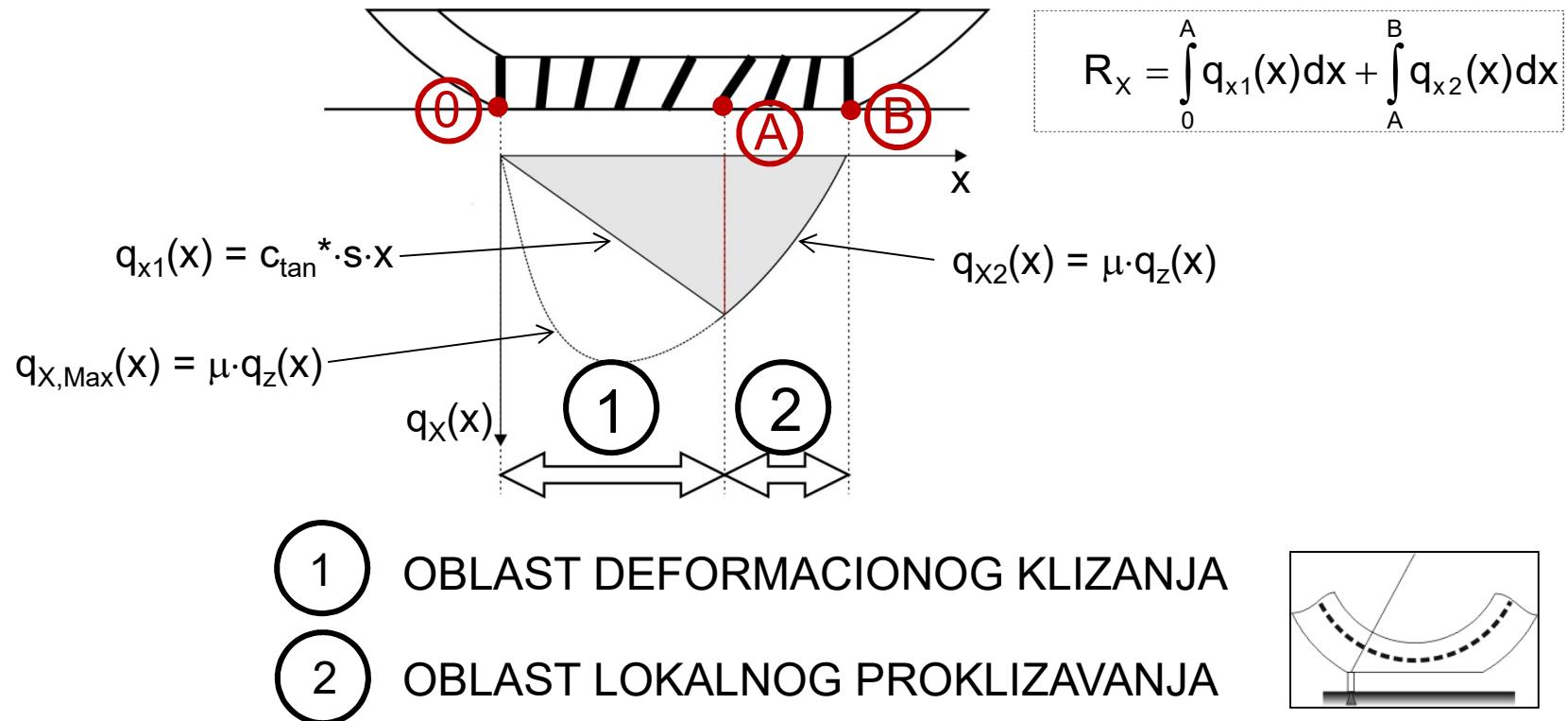
Prvi korak popravljanja modela

- Početna pretpostavka u prethodnom modelu: prijanjanje vrha segmenta duž cele kontaktne površine
- Pretpostavka omogućava proizvoljan linearni porast zakonitosti $q_x(x)$ odnosno elementarne sile trenja
- U sledećem koraku uzimamo u obzir ograničenja porasta sile trenja koja zavisi od lokalnih vrednosti:
 - ❖ koeficijenta trenja / prijanjanja μ
 - ❖ normalnog opterećenja $q_z(x)$



Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku

Prvi korak popravljanja modela

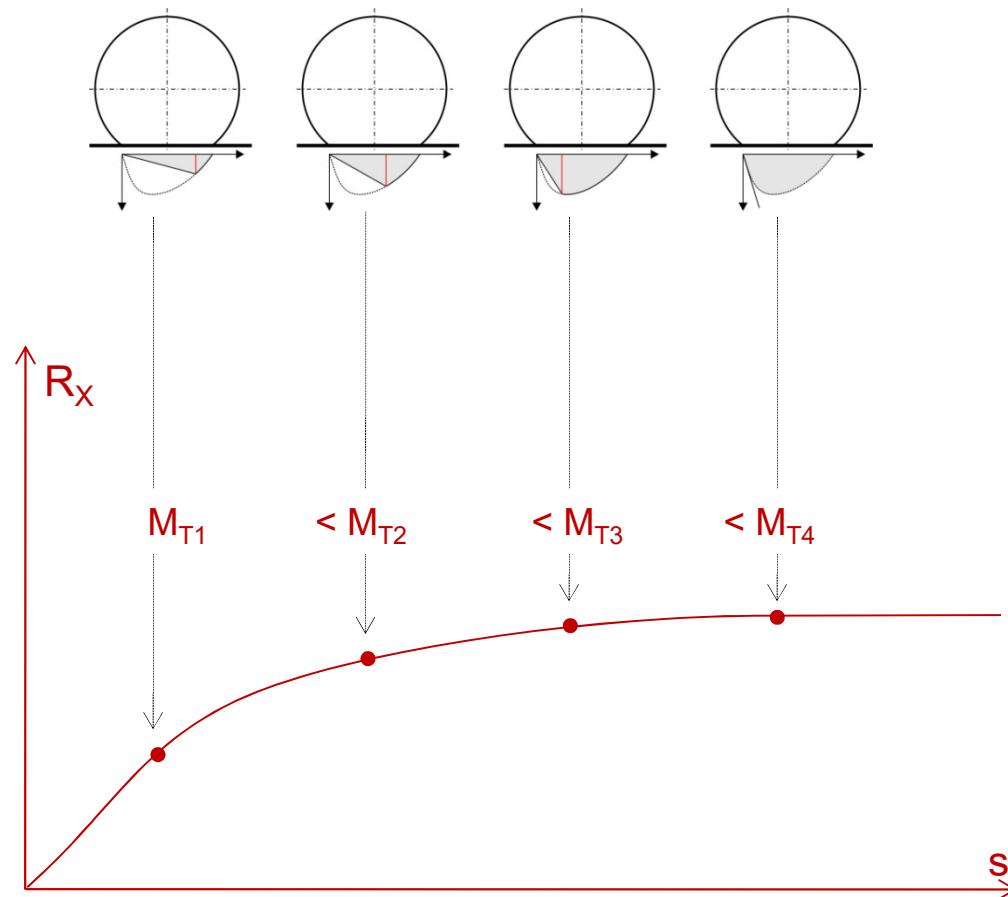


Sa porastom pogonskog momenta rastu elastične deformacije, a time i nagib linije u delu 1.

U delu 2 elementarne tangencijalne sile, a time i elastične deformacije segmenata, ograničene su uslovima prijanjanja. Zbog pada kontaktnog pritiska, počevši od tačke A pa do kraja kontaktne zone (B), tangencijalne sile će biti sve manje, a time i deformacije, jer **elastična sila vraća segmente u nedeformisani položaj** → nastaje proklizavanje segmenata po podlozi.

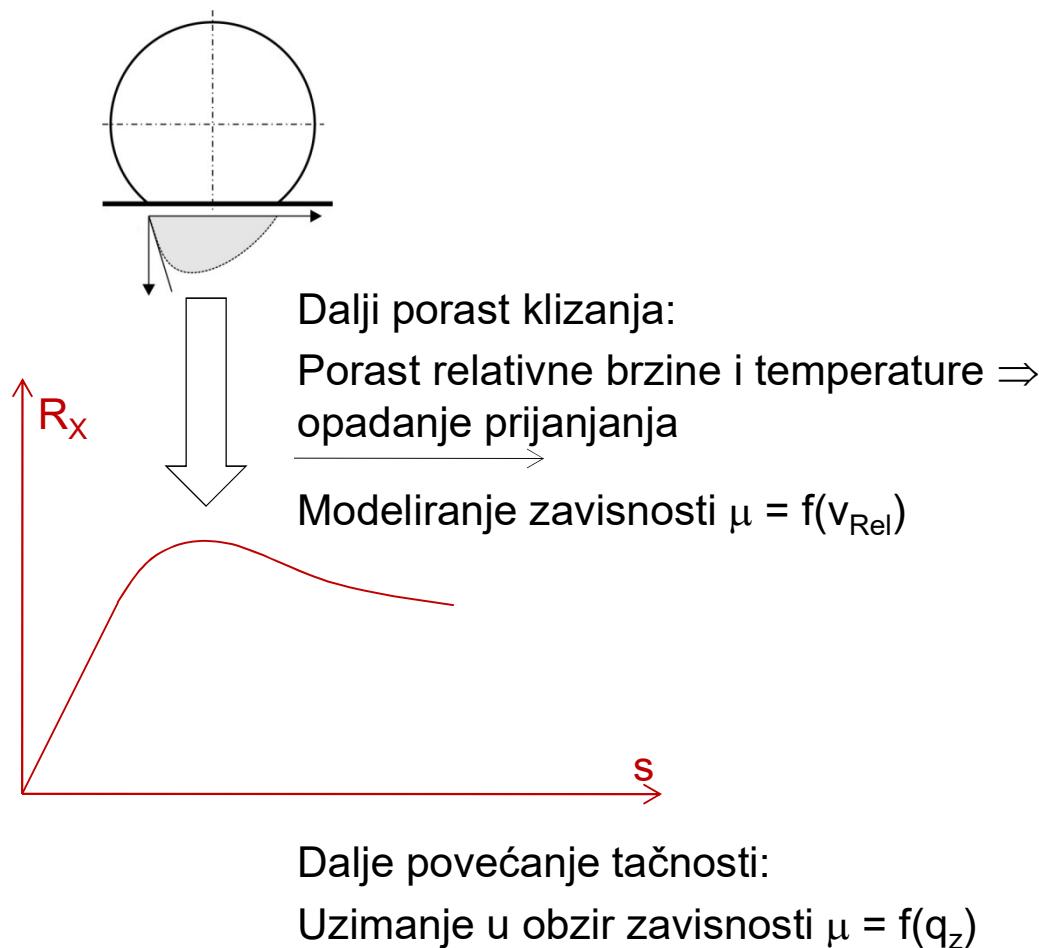
Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku

Prvi korak popravljanja modela



Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku

Drugi korak popravljanja modela



Mehanizam realizacije tangencijalne reakcije na točku

REZIME:

- Svako saopštavanje pogonskog ili kočnog momenta točku (dakle pojava obimne odn. kočne sile) uzrokuje klizanje!
- Kada se točku saopštava pogonski moment, njegova translatorna brzina v je manja od $r_D \cdot \omega_T$ (granični slučaj: $v=0, r_D \cdot \omega_T > 0$)
- Kada se točku saopštava kočni moment, njegova translatorna brzina v je veća od $r_D \cdot \omega_T$ (granični slučaj: $v>0, r_D \cdot \omega_T = 0$)

KOČENI

$$s = \frac{v - r_D \cdot \omega_T}{v}$$

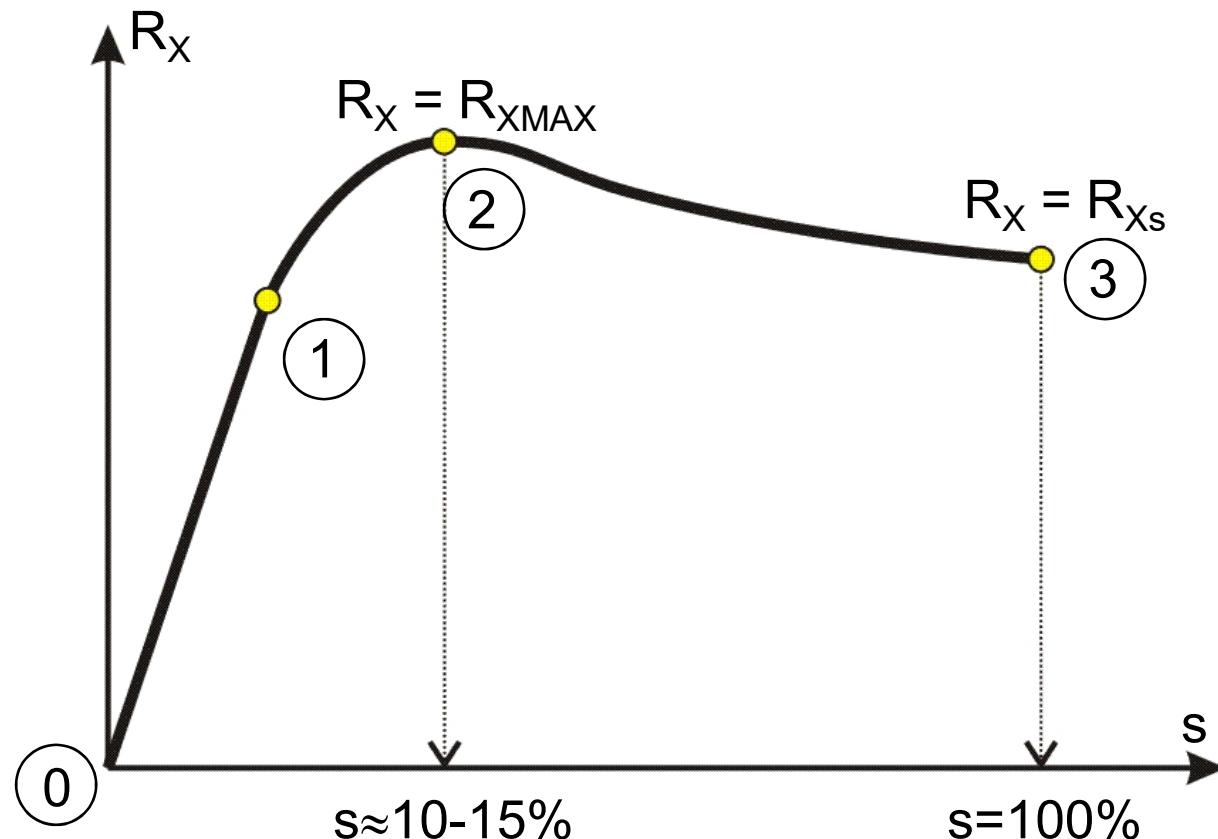
POGONSKI

$$s = \frac{r_D \cdot \omega_T - v}{r_D \cdot \omega_T}$$

$$v_x = |v - r_D \cdot \omega_T| - \text{brzina klizanja}$$

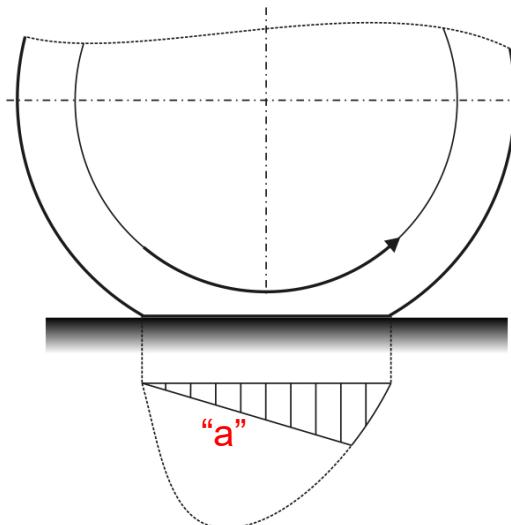
Veza tangencijalne sile i klizanja

Saopštavanje pogonskog ili kočnog momenta točku uzrokuje pojavu klizanja i uspostavljanje tangencijalne reakcije R_x .



Veza tangencijalne sile i klizanja

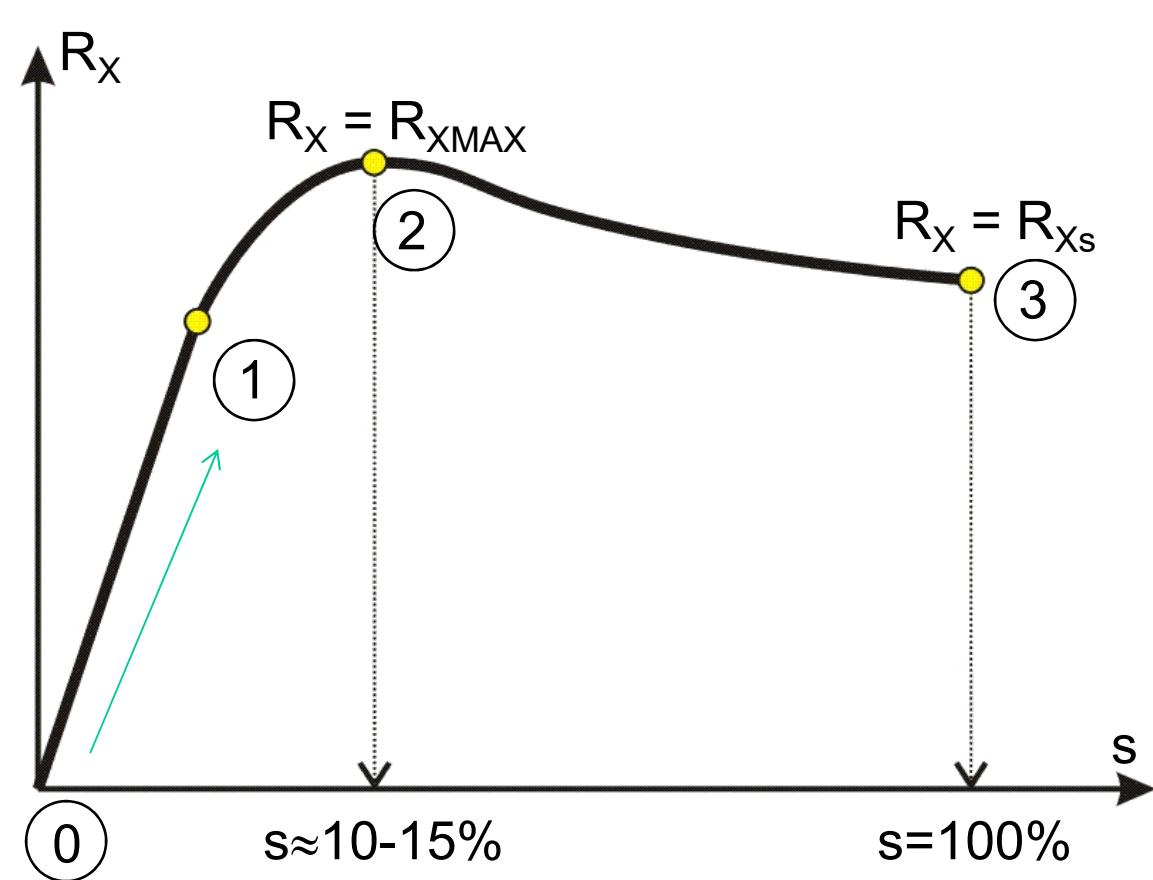
Zavisnost između sile i klizanja je u početku (za manje vrednosti sile) približno linearna
→ deo dijagrama od tačke 0 do tačke 1.



Klizanje je pretežno deformaciono.

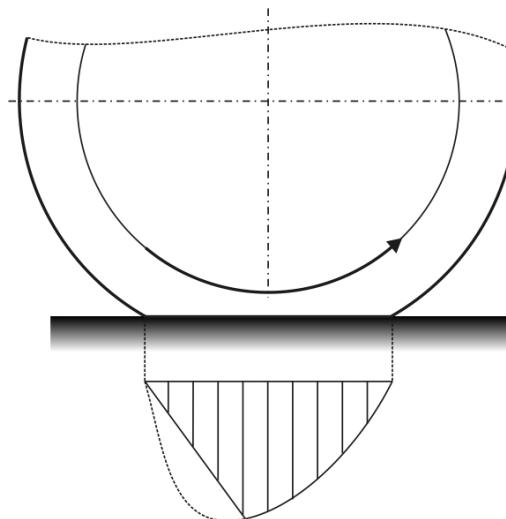
Površina ispod krive raste približno linearno sa porastom nagiba linije "a" (koji raste sa povećanjem R_x odnosno M_T)

$$R_x = \int_0^A q_{x1}(x)dx + \int_A^B q_{x2}(x)dx$$



Veza tangencijalne sile i klizanja

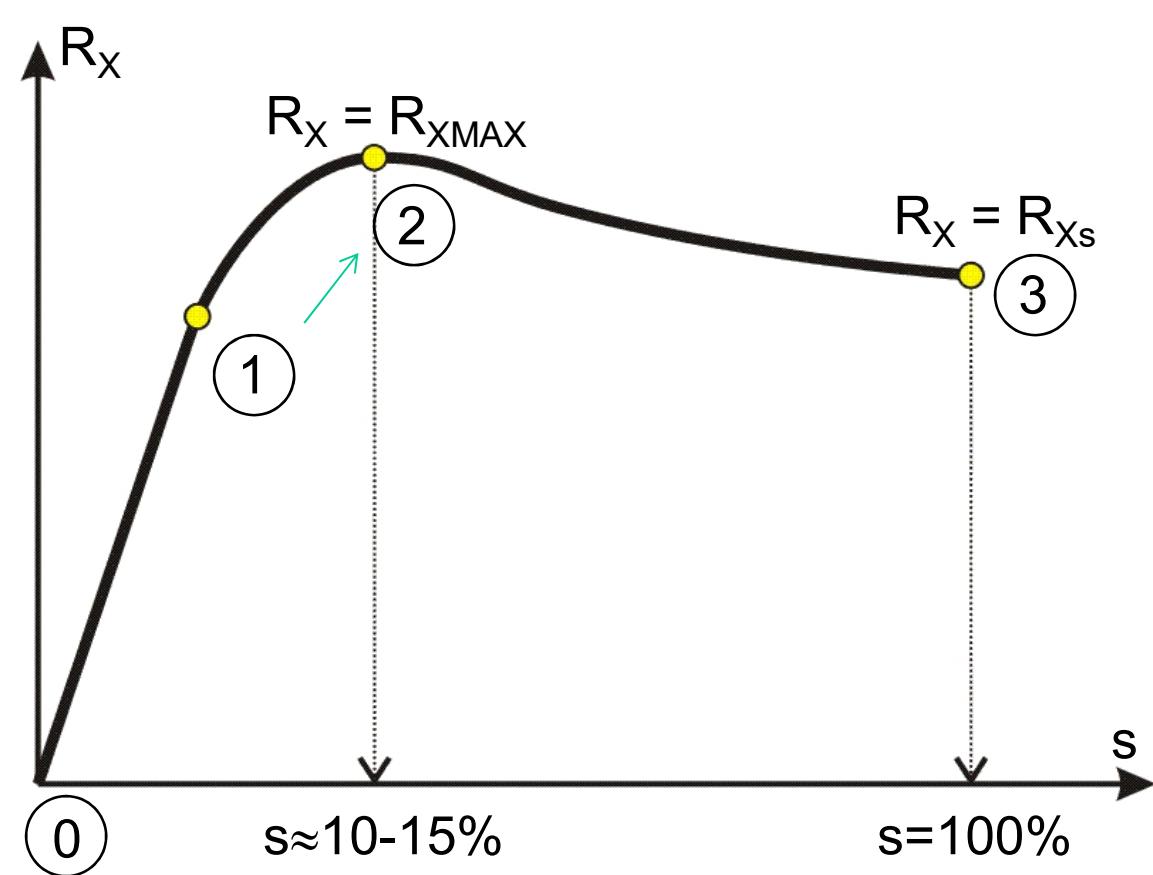
Dalji porast momenta odnosno tang. sile dovodi do neproporcionalnog porasta klizanja, tj. tok sile u funkciji klizanja postaje degresivan \rightarrow deo dijagrama od tačke 1 do tačke 2.



Raste udio lokalnog proklizavanja.

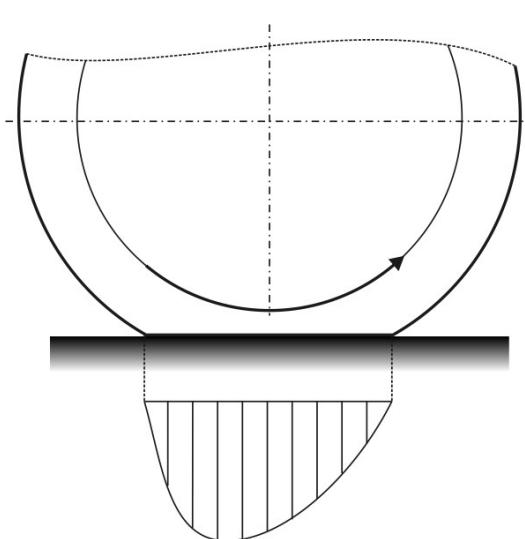
Sa daljim porastom nagiba linije "a" površina ispod krive raste degresivno.

Dodatni efekat: pad lokalnog prijanjanja u zonama porasta relativne brzine proklizavanja.

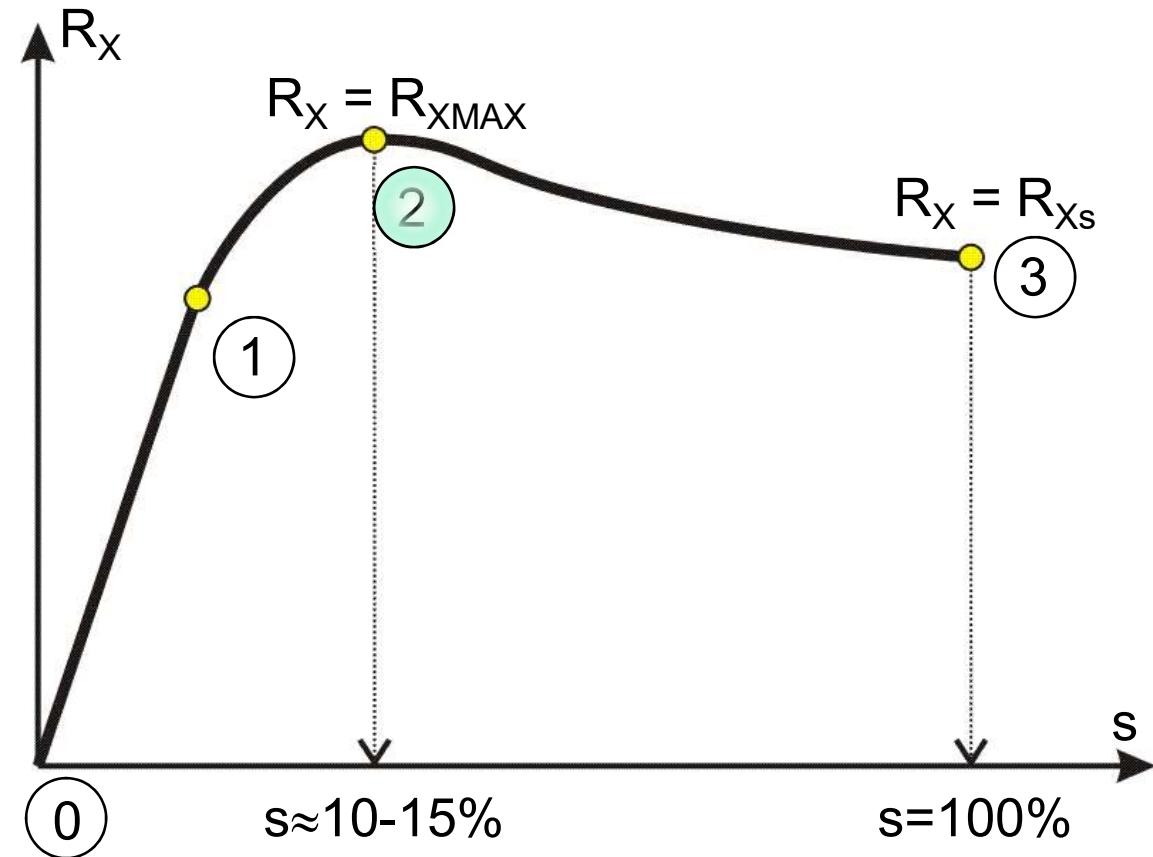


Veza tangencijalne sile i klizanja

U tački 2 tangencijalna sila dostiže maksimalnu vrednost. Uslovi prijanjanja između gume i podlage potpuno iskorišćeni, dalje povećanje R_x nije moguće. Na tvrdim podlogama ovo se dešava kada klizanje iznosi približno 10-15%.

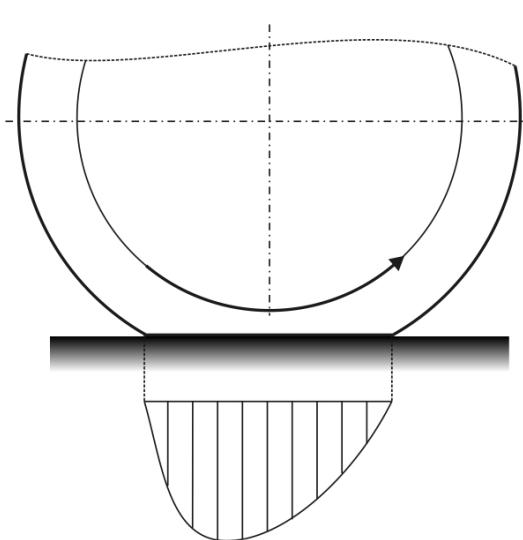


Kontaktna zona je na granici potpunog proklizavanja.

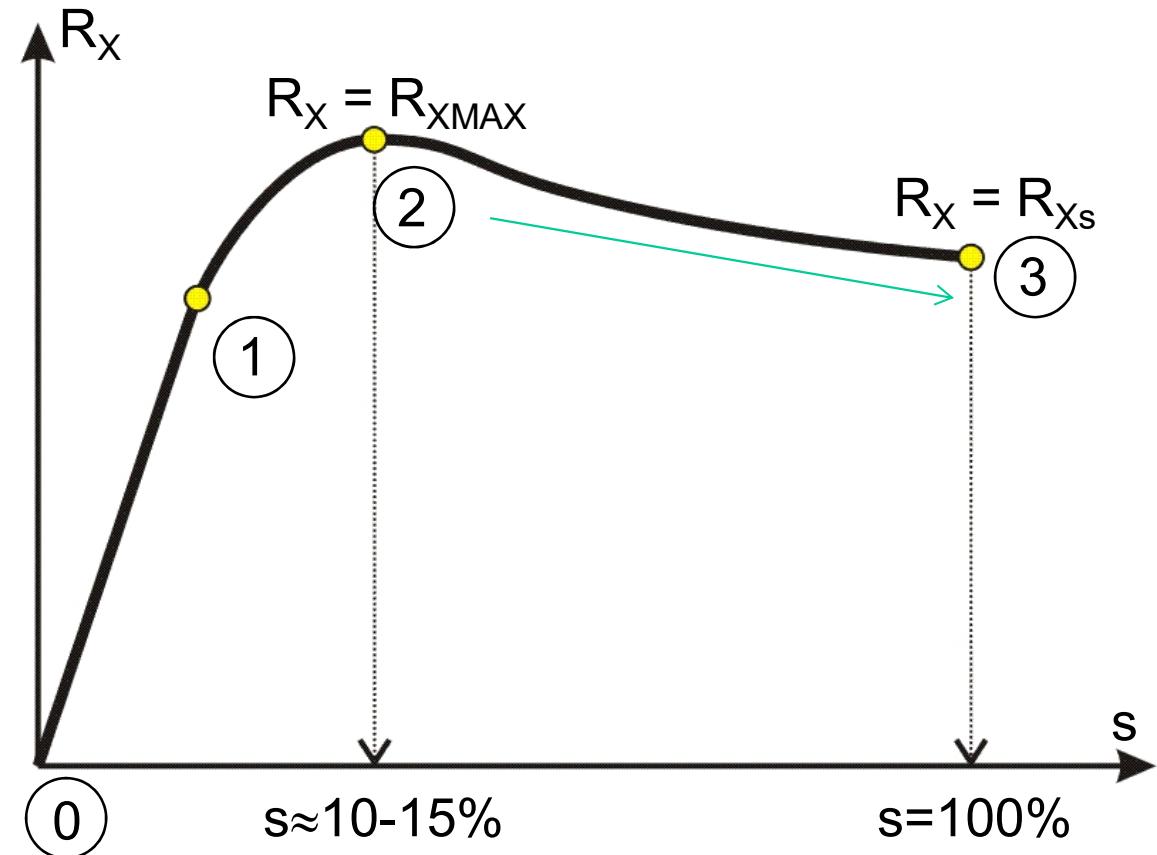


Veza tangencijalne sile i klizanja

Ukoliko se pokuša dalje povećanje momenta, doći će do povećanja ugaone brzine i porasta klizanja, usled čega se lokalno prijanjanje između gazećeg sloja i podloge smanjuje i rezultujuća sila opada → deo dijagrama od tačke 2 do tačke 3.

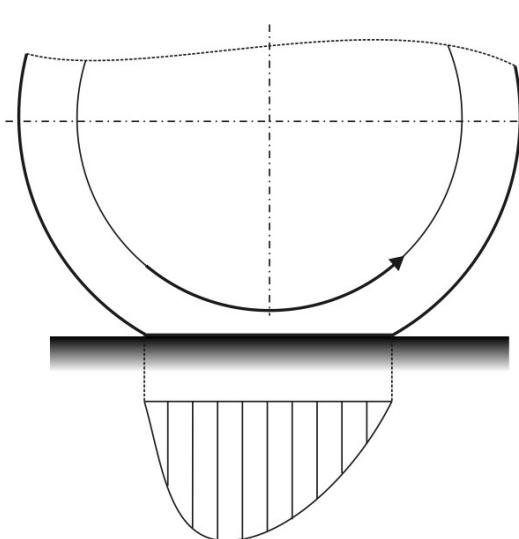


Kontaktna zona proklizava kao celina. Uslovi prijanjanja lošiji zbog povećanja relativne brzine klizanja → R_x opada.

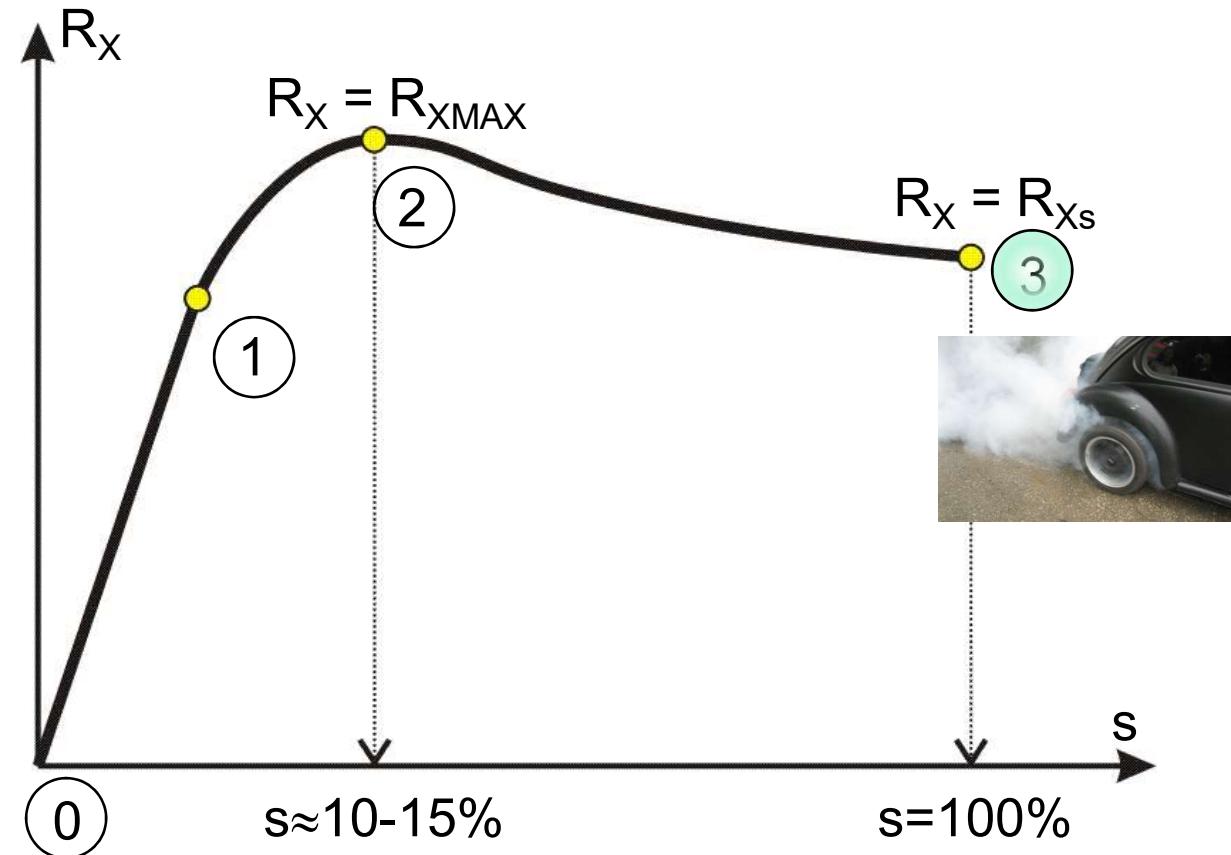


Veza tangencijalne sile i klizanja

U tački 3 klizanje iznosi 100%, translatorna brzina pogonskog točka odnosno obimna brzina kočenog točka jednaka je nuli, sila R_x ima vrednost manju od maksimalne.



Kontaktna zona proklizava
kao celina.



Orijentacione vrednosti klizanja u pojedinim stepenima prenosa (Prema: Reimpell-u)

The following can be assumed for slip $S_{x,w,a}$:

1st gear	0.08	4th gear	0.035
2nd gear	0.065	5th gear	0.02
3rd gear	0.05		

Primer korekcije vrednosti brzine kretanja na osnovu klizanja

Uproščenje: usvojeno da u okviru pojedinih stepena prenosa važi $s \approx \text{const}$ (prema tabeli)

$$v_T = r_D \cdot \omega_T \quad s = 1 - \frac{v}{v_T} \Rightarrow v = (1-s) \cdot v_T$$

