

Ubrzanje

Parametri ubrzanja:

- vreme zaleta
- put zaleta

Koliko sekundi / metara je potrebno da bi se dospjela određena brzina?

Važnost:

- gradska vožnja (“stani-kreni”)
- bezbednost (preticanje, prolazak kroz raskrsnicu...)

Uticaji:

- dinamičke karakteristike pogonskog motora i vozila
- broj prenosnih odnosa i njihove vrednosti
- režim promene stepena prenosa (uticaj vozača ili automatike)

Uticaj rotacionih masa na ubrzanje

- Prilikom ubrzavanja, pored inercije translatornog ubrzanja $m \cdot a$, motor savlađuje i momente inercije raznih obrtnih masa u transmisiji i točkova;
- Na osnovu toga, inercijalna sila F_{IN} može da se napiše u obliku zbiru translatorne inercije F_{IN}^{Tr} i F_{IN}^{Rot} :

$$F_{IN} = F_{IN}^{Tr} + F_{IN}^{Rot}$$

- Stavljući ovaj oblik F_{IN} u bilans sila, dobija se:

$$F_O = F_f + F_W + F_\alpha + F_{IN}^{Tr} + F_{IN}^{Rot}$$

- Napomena: F_O označava – kao i u prethodnim razmatranjima – vrednost obimne sile pri ustaljenom kretanju vozila (bez uticaja obrtnih masa):

$$F_O = \frac{M \cdot i_{TR} \cdot \eta_{TR}}{r_D}$$

Uticaj rotacionih masa na ubrzanje

- Bilans sila ćemo zapisati u fizički korektnoj formi:

$$F_O - F_{IN}^{Rot} = F_f + F_W + F_\alpha + F_{IN}^{Tr}$$

STVARNA STVARNA SUMA
POGONSKA SILA OTPORA

- Uvešćemo oznaku: $F_O^{(a)} = F_O - F_{IN}^{Rot}$
- $F_O^{(a)} = F_O - F_{IN}^{Rot}$ predstavlja stvarnu pogonsku silu na pogonskim točkovima pri ubrzavanju, raspoloživu za savladavanje otpora kretanja i translatornog ubrzanja.
- $F_O^{(a)} < F_O$ – za jednu istu vrednost momenta motora M, pogonska sila pri ubrzaju ima manju vrednost nego pri ustaljenom kretanju jer se deo pogonskog momenta motora potroši na savladavanje inercije obrtnih masa.
- $F_{IN}^{Tr} = m \cdot a$

$$F_O^{(a)} = F_f + F_W + F_\alpha + F_{IN}^{Tr}$$

Uticaj rotacionih masa na ubrzanje

- Radi potpunijeg uvida u fizički mehanizam uticaja obrtnih masa pri ubrzaju, nastavljamo analizu izraza:

$$F_O - F_{IN}^{Rot} = F_f + F_W + F_\alpha + F_{IN}^{Tr}$$

- Komponente inercijalne sile F_{IN}^{Tr} i F_{IN}^{Rot} mogu se napisati u obliku:

$$F_{IN}^{Tr} = m \cdot a \quad F_{IN}^{Rot} = \frac{J_{RED} \cdot \dot{\omega}_T}{r_D}$$

m – masa vozila

a – ubrzanje vozila

J_{RED} – ekvivalentni ukupni moment inercije svih obrtnih masa redukovani na pogonske točkove (*izvođenje i diskusija ➔ videti prilog*)

ω_T – ugaona brzina točka

Uticaj rotacionih masa na ubrzanje

- NAPOMENA:

Izraz za F_{IN}^{Rot} dobija se na osnovu zakona obrtanja tela oko nepokretnе ose:
 $J \cdot (d\omega/dt) = \Sigma M$, i primenom Dalamberovog principa $M_{IN} = - J \cdot (d\omega/dt)$;

Deljenjem izraza sa r_D moment se redukuje na silu na točku, ekvivalentno definiciji $F_O = M_T / r_D$

- Sada imamo:

$$F_O - \frac{J_{RED} \cdot \dot{\omega}_T}{r_D} = m \cdot a + F_f + F_W + F_\alpha$$

- Dalje koristimo relaciju:

$$v = r_D \cdot \omega_T \Rightarrow \frac{\dot{\omega}_T}{r_D} = \frac{1}{r_D} \cdot \frac{\dot{v}}{r_D} = \frac{a}{r_D^2}$$

Uticaj rotacionih masa na ubrzanje

- Sledi:

$$F_O^{(a)} = F_O - \frac{J_{RED}}{r_D^2} \cdot a \quad - \text{gubitak pogonske sile usled savlađivanja inercije obrtnih masa proporcionalan je ubrzaju vozila}$$

$$F_O - \frac{J_{RED}}{r_D^2} \cdot a = m \cdot a + F_f + F_w \pm F_a$$

- Povratak na izvorni oblik bilansa sila:

$$F_O = \left(m + \frac{J_{RED}}{r_D^2} \right) \cdot a + F_f + F_w \pm F_a$$

Stvarna masa vozila

$$m_{ef} = m + m_{ekv}$$

$$m_{ekv} = \frac{J_{RED}}{r_D^2}$$

Efektivna masa
koja se ubrzava na
račun momenta
pogonskog motora

Ekvivalentna masa
usled inercije obrtnih
delova redukovana na
translatorno kretanje
vozila

Uticaj rotacionih masa na ubrzanje

- Tako se vraćamo na uobičajenu formu bilansa sila:

$$F_O = F_f + F_W + F_\alpha + F_{IN}$$

Gde je: $F_{IN} = \left(m + \frac{J_{RED}}{r_D^2} \right) \cdot a$ $F_O = \frac{M \cdot i_{TR} \cdot \eta_{TR}}{r_D}$

→ $m_{ef} = m + \frac{J_{RED}}{r_D^2}$ - efektivna masa $m_{ekv} = \frac{J_{RED}}{r_D^2}$ - ekvivalentna masa

- Vrednost redukovanih momenta inercije J_{RED} moguće je tačno izračunati kada su poznati odgovarajući parametri transmisije ([videti prilog o \$J_{RED}\$](#))
- Kada ovi parametri nisu poznati ili tačna vrednost nije u fokusu analize, uobičajeno je korišćenje empirijskog izraza za efektivnu masu:

$m_{ef} = \delta \cdot m$, gde je:

δ - empirijski koeficijent učešća obrtnih masa u ubrzavanju vozila

Uticaj rotacionih masa na ubrzanje

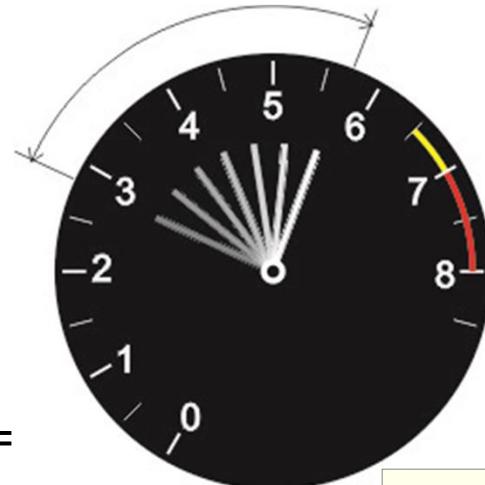
- Uvođenjem empirijskog koeficijenta δ , inercijalna sila ima oblik:

$$F_{IN} = \delta \cdot m \cdot a$$

- Vrednost efektivne mase (odnosno pre svega ekvivalentne mase rotacionih masa, a time i empirijskog koeficijenta učešća obrtnih masa u ubrzavanju vozila δ) zavisi od prenosnog odnosa transmisiije;
- U nižim stepenima prenosa (tj. pri većim prenosnim odnosima), jednom istom priraštaju translatorne brzine kretanja Δv odgovara veći priraštaj broja obrtaja motora Δn , odnosno udeo inercije obrtnih masa u efektivnoj masi je veći nego u višim stepenima prenosa, i obrnuto.
- Zbog fizičke prirode koeficijenta δ , njegova vrednost uvek mora biti $\delta > 1$ (u višim stepenima prenosa, za male vrednosti prenosnih odnosa, ponekad se može usvojiti $\delta \approx 1$).

Uticaj prenosnog odnosa na koeficijent obrtnih masa - ilustracija

$$\Delta n_I = 5655 - 2828 = 2827 \text{ o/min}$$



$$\Delta n_V = 3729 - 3107 = 622 \text{ o/min}$$



$$\Delta n_I > \Delta n_V$$

$$\Delta v_I = \Delta v_V = 20 \text{ km/h}$$



Prvi stepen prenosa

20 – 40 km/h



Peti stepen prenosa

100 – 120 km/h

Određivanje vrednosti koeficijenta obrtnih masa

$$m + \frac{J_{RED}}{r_D^2} = \delta \cdot m$$

Prema: *The Automotive Chassis Vol. 2*

EMPIRIJSKI IZRAZ:

$$\delta = 1.03 + 0.0018 \cdot i_{TR}^2 \quad (i_{TR} - \text{ukupni prenosni odnos transmisije})$$

$$\delta_I = 1.03 + 0.0018 \cdot (i_{GP} \cdot i_I)^2$$

$$\delta_{II} = 1.03 + 0.0018 \cdot (i_{GP} \cdot i_{II})^2$$

.... itd.

Stvarna masa koja se zaleće, koju motor "oseti", veća je od mase vozila m
⇒ δ **mora** biti veće od 1!

Izračunavanje ubrzanja vozila

Bilans sila: $F_O = F_{IN} + F_f + F_w + F_\alpha = \delta \cdot m \cdot a + F_f + F_w + F_\alpha$

$$F_O - F_w = \delta \cdot \frac{G}{g} \cdot a + f \cdot G + u \cdot G$$

($u=U/100$ – decimalni uspon)
(usvajamo $\cos\alpha \approx 1$)

D – "dinamička karakteristika"

$$D = \frac{F_O - F_w}{G}$$

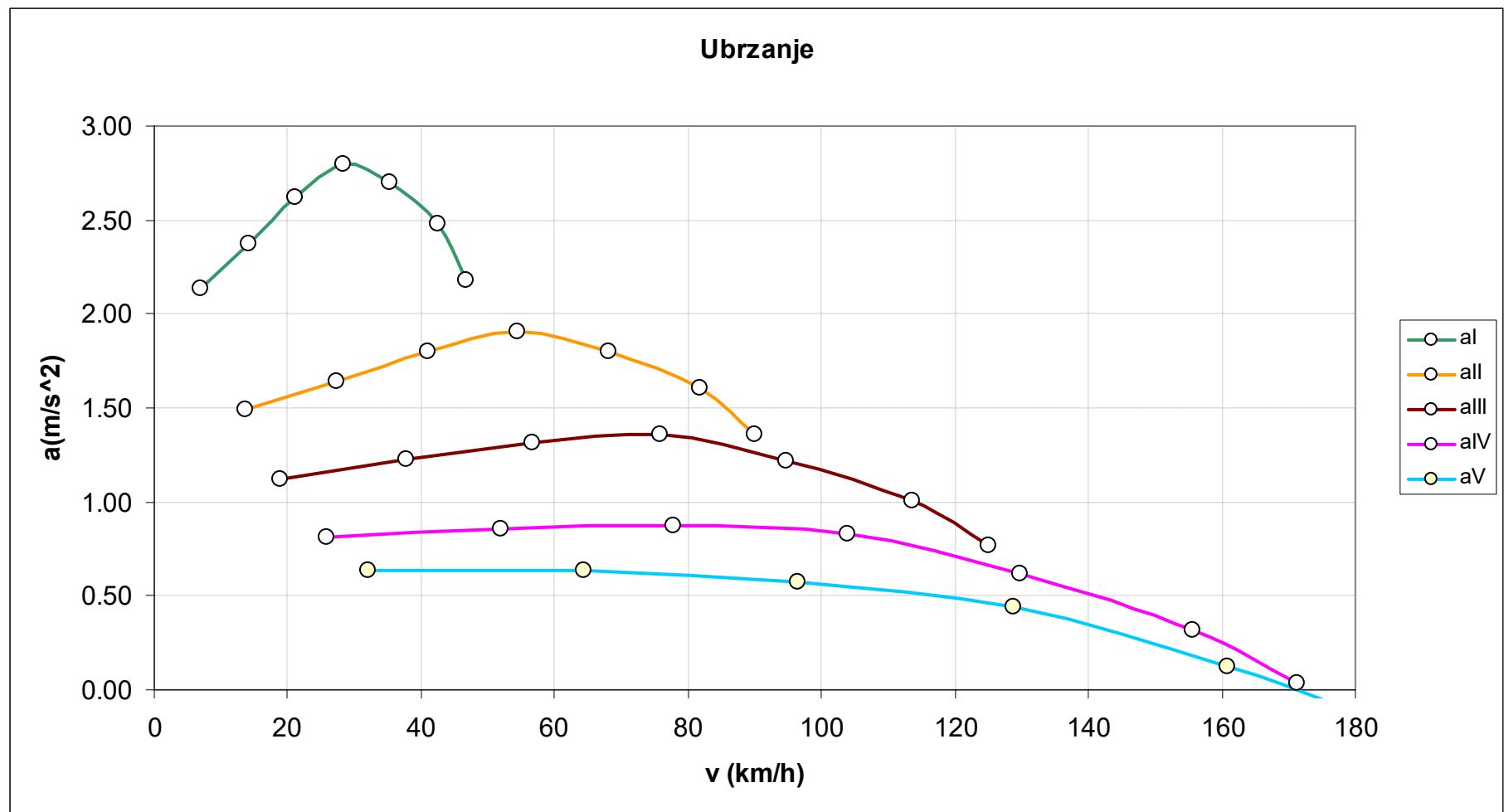
$$\frac{F_O - F_w}{G} = \frac{\delta}{g} \cdot a + f + u$$

$$a = \frac{D - f - u}{\delta} \cdot g$$

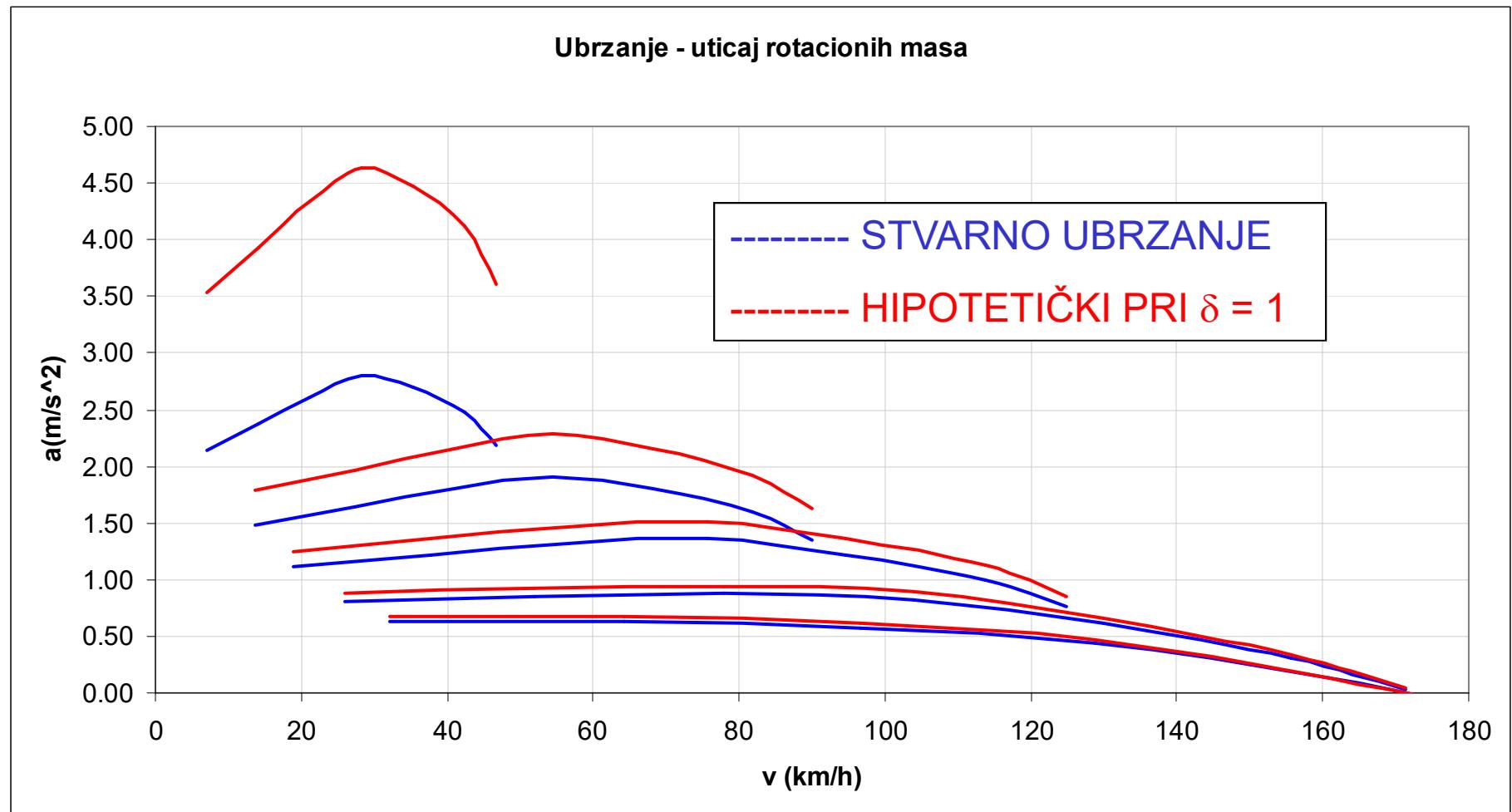
δ – FUNKCIJA
PRENOSNOG ODNOSA!

$$a = \frac{D - f}{\delta} \cdot g \quad - \text{na horizontalnoj podlozi } (u=0)$$

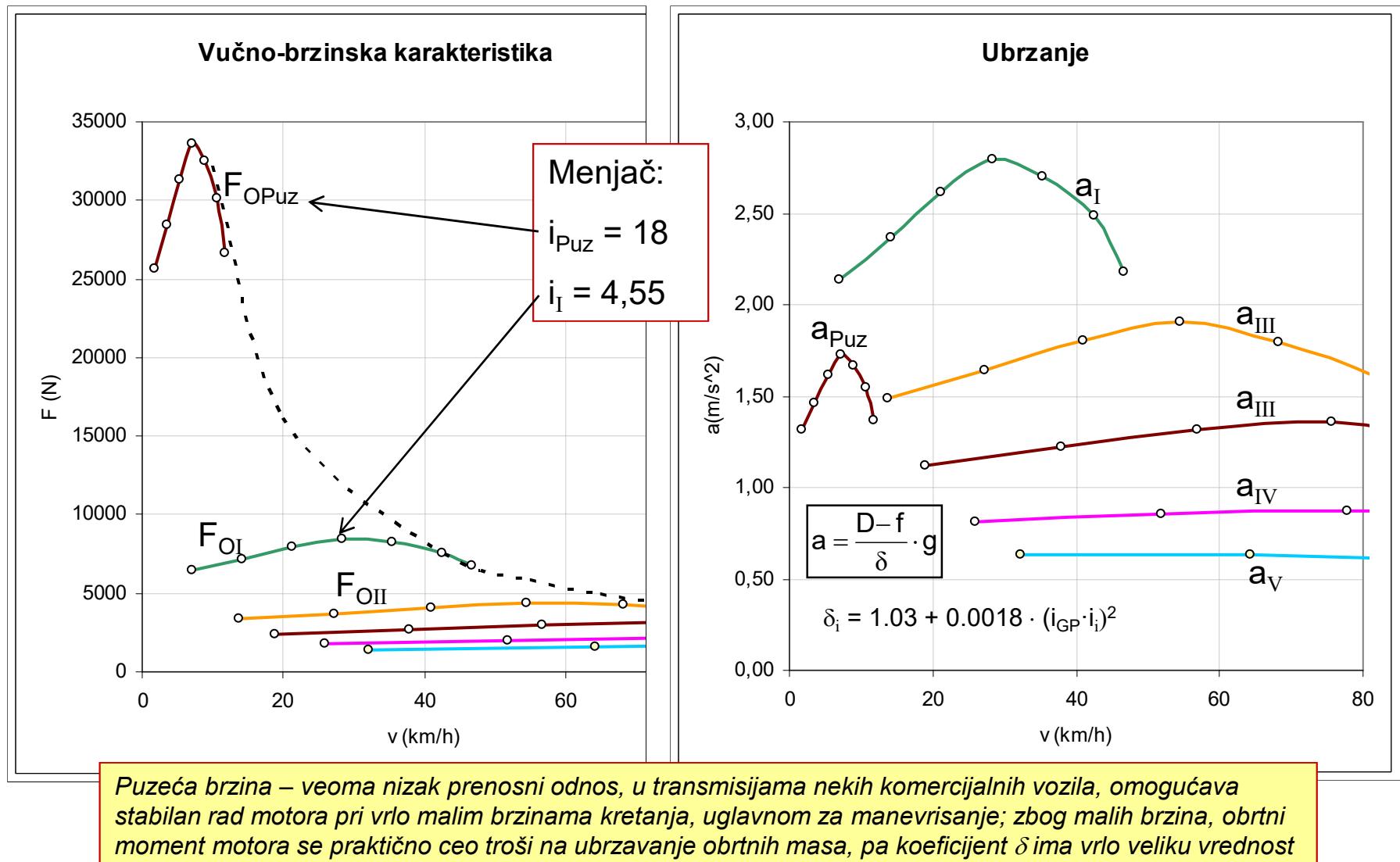
Dijagram ubrzanja



Uticaj obrtnih masa na ubrzanje



Uticaj obrtnih masa na ubrzanje – “puzeća” brzina



Parametri ubrzanja: vreme i put zaleta

- Podatak o trenutnoj vrednosti ubrzanja a [m/s^2] nije upotrebljiv za ocenu dinamičkih performansi vozila
- Polazeći od dobijenih karakteristika – krivih ubrzanja u funkciji brzine kretanja za različite stepene prenosa, dolazi se do podataka o relevantnim parametrima ubrzanja
- To su pre svega vreme zaleta t_z , odnosno put zaleta s_z , koji daju informaciju o tome koje vreme, ili koja dužina puta, je potrebna da se brzina vozila poveća od neke početne do posmatrane krajnje vrednosti (npr. 0-100 km/h)

Orijentaciono određivanje vremena zaleta

Prema: Guzzella / Sciarretta

INFORMATIVNO

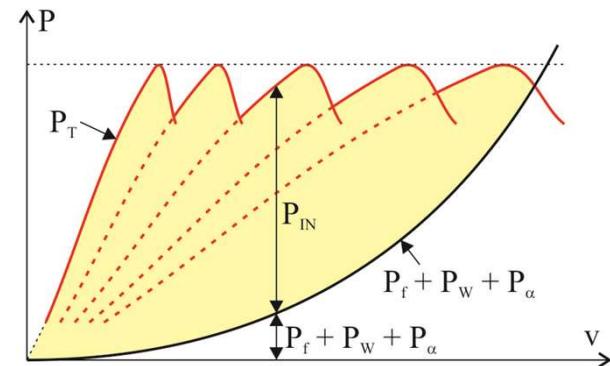
$E_K = m \cdot v_1^2 / 2 = \int P_{IN} \cdot dt$ – kinetička energija koju treba saopštiti vozilu mase m da bi se ubrzalo od $v=0$ do brzine $v=v_1$
(P_{IN} – “višak” snage za ubrzanje)

Aproksimacija 1: $P_{IN} = P_{IN,SR} = \text{const}$



$$E_K = P_{SR} \cdot t_Z \Rightarrow t_Z = E_K / P_{SR}$$

t_Z – vreme zaleta od $v=0$ do $v=v_1$



Aproksimacija 2: $P_{SR} \approx P_{MAX}/2$



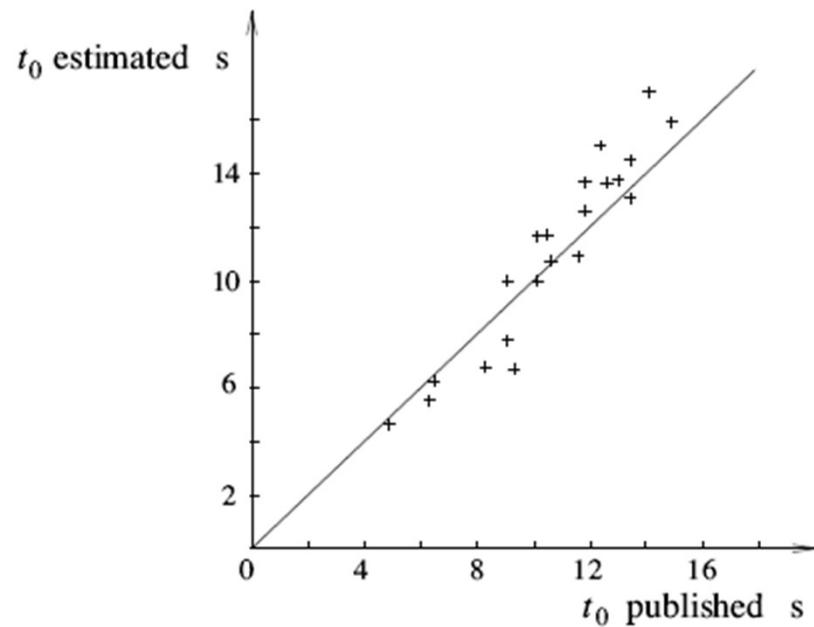
$$t_Z \approx m \cdot v_1^2 / P_{MAX} \quad \text{za osnovne jedinice}$$

$$t_Z \approx 8 \cdot 10^{-5} \cdot m \cdot v_1^2 / P_{MAX} \quad v(\text{km/h}), P(\text{kW})$$

Orijentaciono određivanje vremena zaleta

INFORMATIVNO

PRIMER: PROCENA VREMENA ZALETA DO 100 km/h



Izvor: Guzzella / Sciarretta

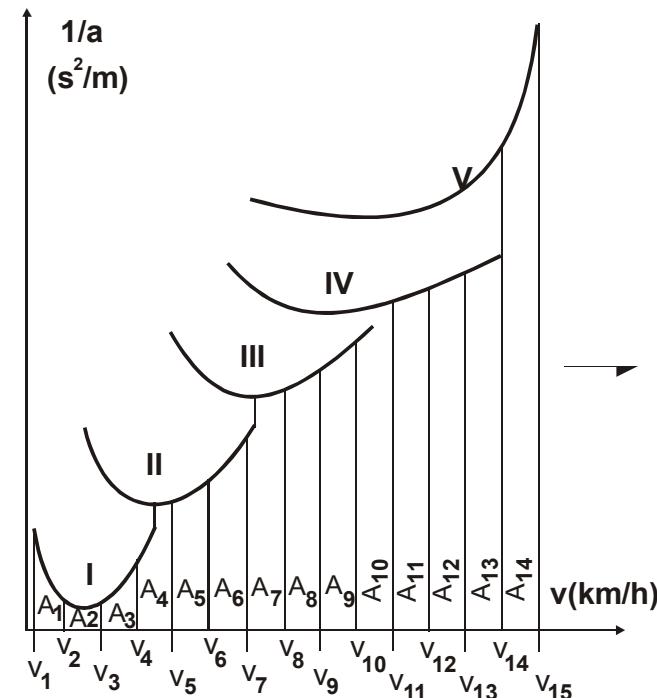
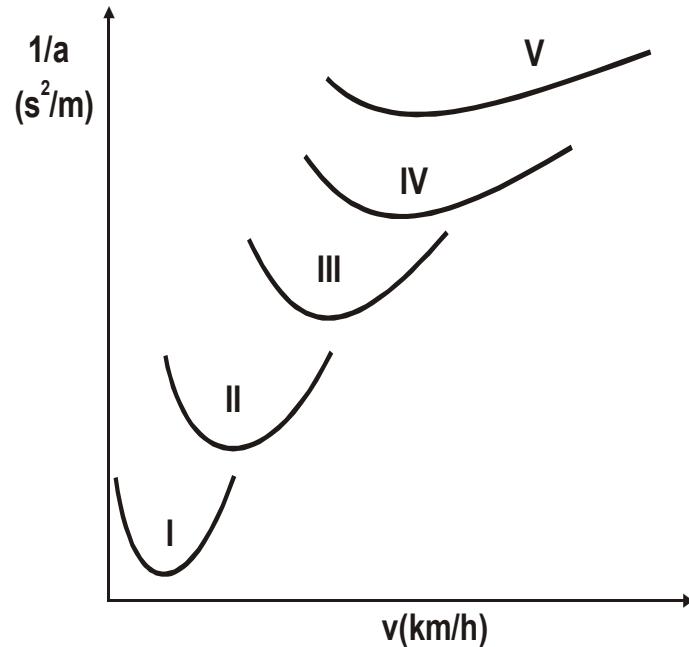
Vreme zaleta – tačno određivanje

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$dt = \frac{dv}{a}$$

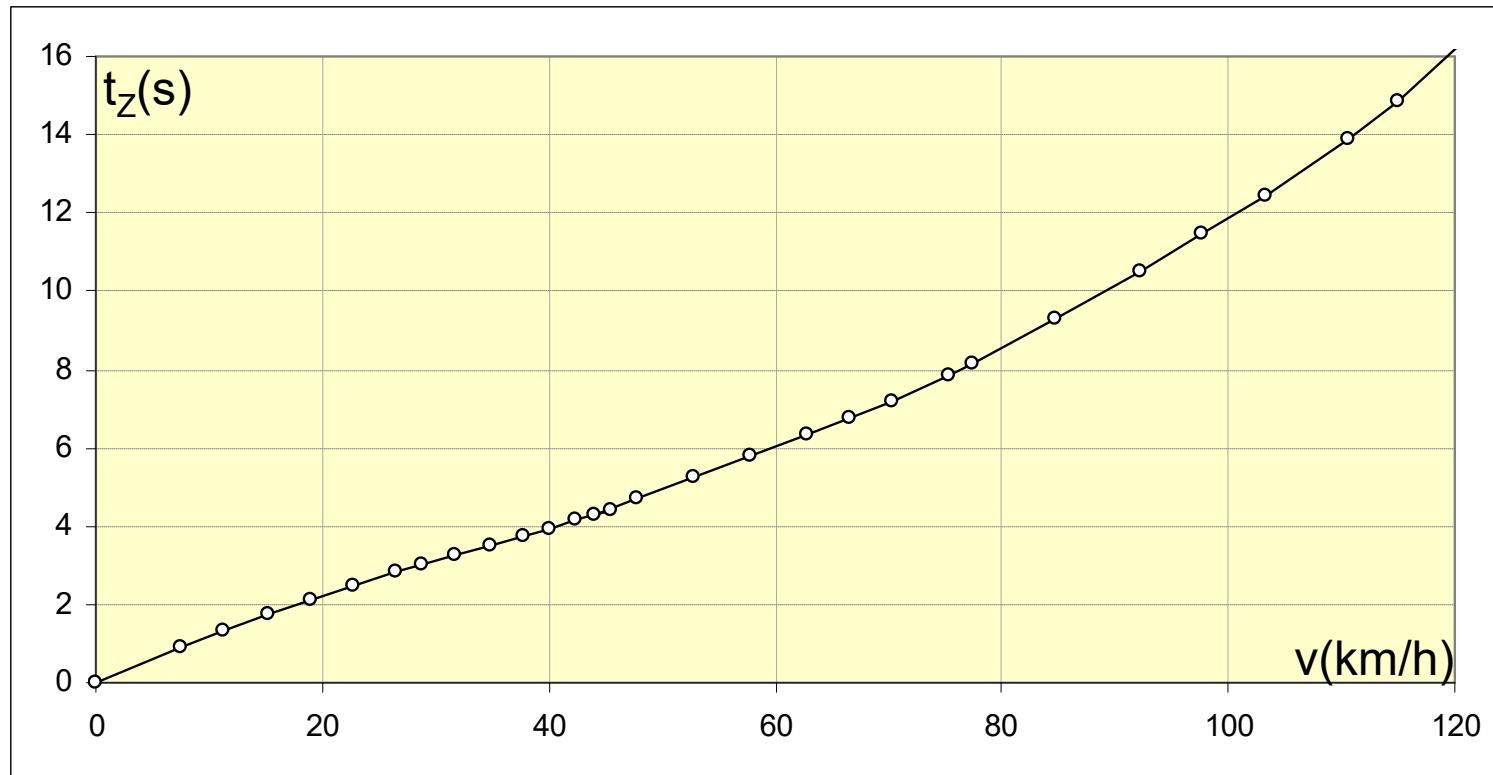
$$t = \int_0^v \frac{1}{a} \cdot dv$$

Određeni integral = površina ispod krive recipročnih ubrzanja u funkciji brzine



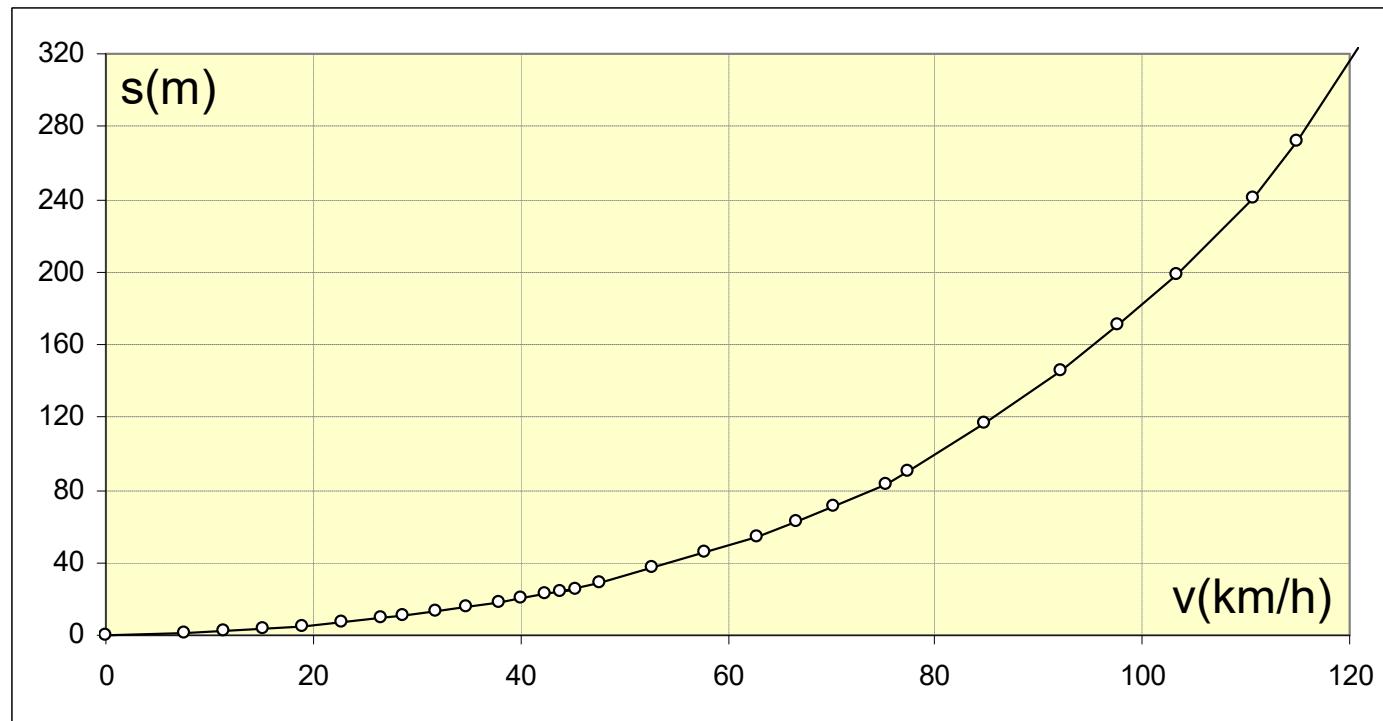
Vreme zaleta određuje se grafičkom integracijom, tj. približnim izračunavanjem površine ispod krive recipročnih ubrzanja.

Vreme zaleta – prikaz dijagrama $t_Z = t_Z(v)$



Određivanje puta zaleta

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \longrightarrow \quad ds = v \cdot dt \quad \longrightarrow \quad s = \int_0^t v \cdot dt$$



Vreme zaleta određuje se grafičkom integracijom, tj. približnim izračunavanjem površine ispod krive brzine u funkciji vremena ($\rightarrow !$) – prethodni dijagram

Da li je za vreme/put zaleta merodavno M_{MAX} ili P_{MAX} ?

Veća vučna sila tokom vremena zaleta $t_z \rightarrow$ kraće t_z

Sila se menja sa brzinom, a brzina se menja u vremenu – najveći mogući intenzitet obimne sile u toku vremena je idealna hiperbola!

(Napomena: promena obimne sile po zakonu idealne hiperbole se fizički može ostvariti kada se prenosni odnos kontinualno menja pri broju obrtaja maksimalne snage!)

Od P_{MAX} zavisi položaj idealne hiperbole u vučnom dijagramu, a samim tim i stvarnih krive obimne sile pošto idealna hiperbola predstavlja njihovu obvojnicu. Krajnja posledica povećanja P_{MAX} je stoga vertikalno pomeranje idealne hiperbole kao i stvarnih krivih vuče. Posledica je manja površina ispod krivih recipročnog ubrzanja, odnosno smanjenje t_z .

Zaključak: za performanse ubrzanja je merodavno P_{MAX} .

Drugi način interpretacije ovog zapažanja je da ubrzavanje vozila znači povećanje njegove kinetičke energije, a veća snaga znači intenzivniju promenu kinetičke energije ($dE_K = P \cdot dt$), odnosno intenzivniji porast brzine tj. veće ubrzanje.

Trenutno ubrzanje u m/s^2 , naravno, izračunava se na osnovu trenutne vrednosti obrtnog momenta motora ali to je samo trenutna vrednost koja sama po sebi (posmatrana izolovano) nema direktnog uticaja na performanse zaleta.