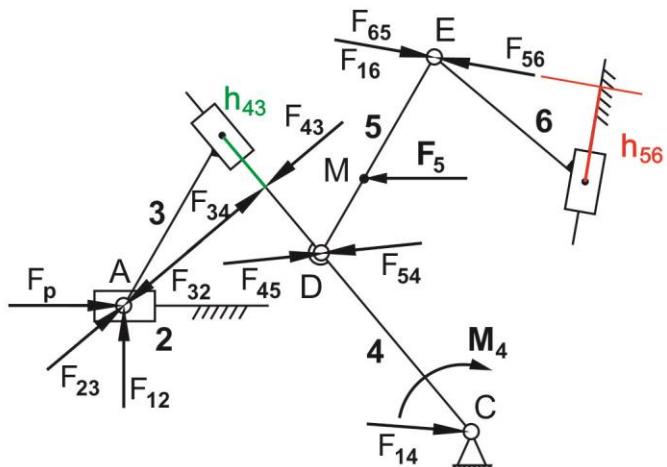
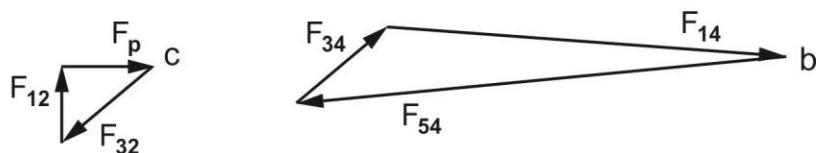
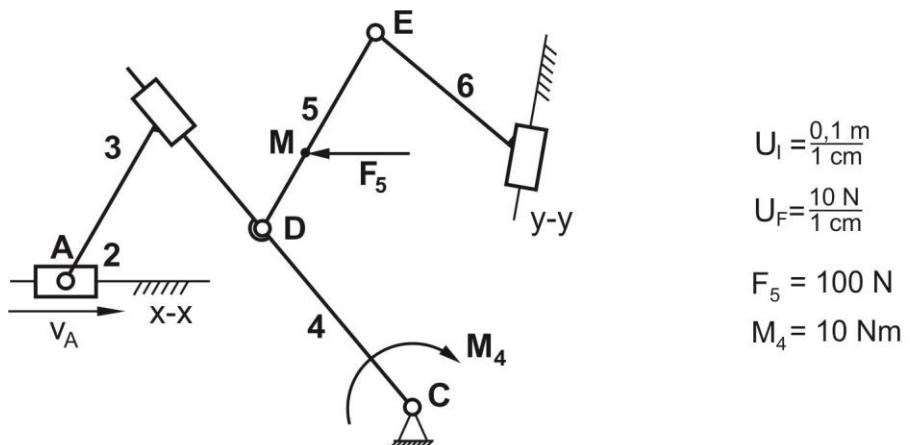


Zadatak 3.2



Za mehanizam prikazan na slici odrediti kinetostatičke pritiske i pogonsku silu na vodećem članu 2.

Rešenje:

član 6

Član 6 ima jednu kliznu i jednu zglobnu vezu, što znači da na njega deluju kinetostatički pritisici F_{56} i F_{16} . Postaviće se prva jednačina:

$$1. \quad \sum \vec{F}_i(6) = \vec{F}_{16} + \vec{F}_{56} = 0$$

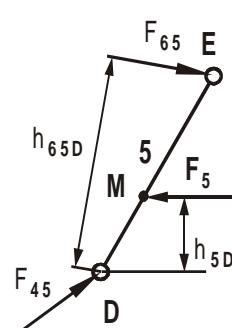
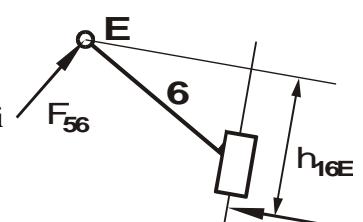
$$\vec{F}_{16} = -\vec{F}_{56}$$

Mada se iz ove jednačine ne može odrediti intenzitet sile, s obzirom da F_{16} mora delovati upravno na nepokretnu vođicu 1, vidi se da isto mora važiti i za F_{56} .

član 5

Kada je određen pravac sile F_{65} (napadna tačka je poznata - tačka E) može se postaviti momentna jednačina iz koje se računa F_{65} :

$$2. \quad \sum M_D(5) = F_5 \cdot h_{5D} - F_{65} \cdot h_{56D} = 0$$



$$F_{65} = \frac{F_5 \cdot h_{5D}}{h_{56D}} = \frac{100 \cdot 0,10}{0,28} = 35,7 \text{ N}$$

Crtanjem poligona sila za član 5 određuje se sila F_{45} :

$$3. \sum \vec{F}_i(5) = \vec{F}_5 + \vec{F}_{65} + \vec{F}_{45} = 0$$

plan A $F_{45} = 65,1 \text{ N}$

Vraćanjem na član 6 određuje se napadna tačka sile F_{16} :

$$4. \sum M_E(6) = F_{16} \cdot h_{16E} = 0$$

$$h_{16E} = 0$$

tj. napadna linija sile F_{16} prolazi kroz tačku E .

Treba imati u vidu da je "sila koja deluje na nekom rastojanju" samo model pogodan za grafičku metodu a da u stavnosti u kliznoj vezi postoje sila i moment. Pomenuto "rastojanje na kojem deluje sila" predstavlja meru momenta u kliznoj vezi:

$$M_{16} = F_{16} \cdot h_{16} = 35,7 \cdot 0,13 = 4,64 \text{ Nm}$$

i, imajući u vidu smer sile F_{16} , ima negativan matematički smer.

Na dijelu 3, 4 deluju deluju dva kinetostatička pritiska nepoznatih pravaca (F_{14} i F_{23}). Za razliku od prethodnog zadatka, pojedinačnim posmatranjem članova se može zaključiti pravac sile F_{23} , pa se ne mora upotrebiti razlaganje sila.

član 3

Član 3 ima jednu kliznu i jednu zglobovnu vezu, što znači da na njega deluju kinetostatički pritisci F_{23} i F_{43} . Postaviće se jednačina:

$$5. \sum \vec{F}_i(3) = \vec{F}_{23} + \vec{F}_{43} = 0$$

$$\vec{F}_{23} = -\vec{F}_{43}$$

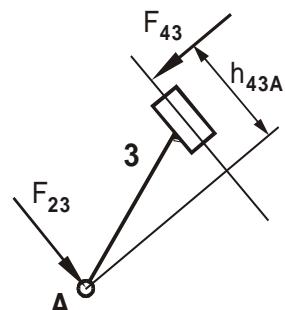
S obzirom da F_{43} mora delovati upravno na vođicu 4, vidi se da isto mora važiti i za F_{23} .

Položaj F_{43} se može odrediti iz momentne jednačine:

$$6. \sum M_A(3) = F_{43} \cdot h_{43A} = 0$$

$$h_{43A} = 0$$

tj. F_{43} prolazi kroz tačku A .

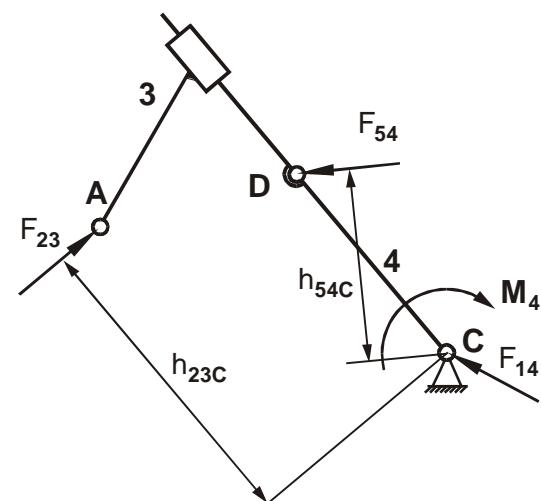


članovi 3 i 4

Sada se, pošto je određen pravac F_{23} (napadna tačka je poznata - tačka A), posmatranjem dijade 3,4 i pisanjem momentne jednačine za tačku C , računa F_{23} :

$$7. \sum M_C(3,4) = F_{54} \cdot h_{54C} + M_4 - F_{23} \cdot h_{23C} = 0$$

$$F_{23} = \frac{F_{54} \cdot h_{54C} - M_4}{h_{23C}} = \frac{65,1 \cdot 0,255 - 10}{0,424} = 15,6 \text{ N}$$



član 4

S određenim F_{23} poznato je i F_{43} (jed. 5.), te se može napisati jednačina ravnoteže sila za plan 4 iz koje će se naći sila F_{14} :

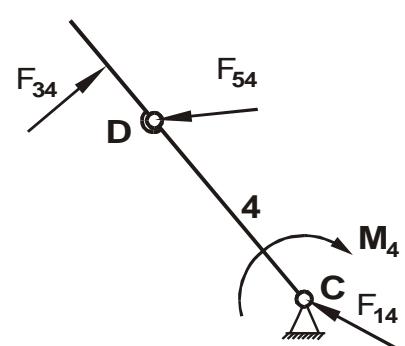
$$8. \sum \vec{F}_i(4) = \vec{F}_{54} + \vec{F}_{34} + \vec{F}_{14} = 0$$

plan B $F_{14} = 53 \text{ N}$

Treba imati u vidu da je "sila koja deluje na nekom rastojanju" samo model pogodan za grafičku metodu a da u stavnosti u kliznoj vezi postoje sila i moment. Pomenuto "rastojanje na kojem deluje sila" predstavlja meru momenta u kliznoj vezi:

$$M_{43} = F_{43} \cdot h_{43} = 15,6 \cdot 0,09 = 1,4 \text{ Nm}$$

i, imajući u vidu smer sile F_{14} , ima negativan matematički smer.



član 2

Ovaj zadatak je specifičan po tome što pogonski član vrši translatorno kretanje. To znači da će umesto pogonskog momenta na njega delovati pogonska sila F_p . U opštem slučaju ona može imati proizvođen pravac i napadnu tačku. Ako nije posebno zadato, uzima se najefikasniji slučaj a to je delovanje u pravcu kretanja i napadna tačka na pravcu vodice.

Pogonska sila i kinetostatički pritisak će se naći iz jednačine ravnoteže sila:

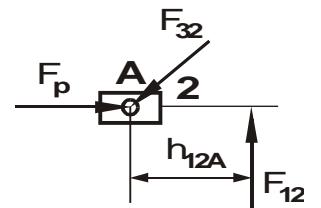
$$9. \sum \vec{F}_i(2) = \vec{F}_{32} + \vec{F}_{12} + \vec{F}_p = 0$$

plan C $F_p = 12 \text{ N}$ $F_{12} = 10,1 \text{ N}$

Takođe, obratiti pažnju da je sada veza između članova 1 i 2 klizna, te se osim sile F_{12} čiji je pravac poznat, mora odrediti i njena napadna tačka (u ovom zadatku rastojawe h_{12A}), iz momentne jednačine:

$$10. \sum M_A(2) = F_{12} \cdot h_{12A} = 0$$

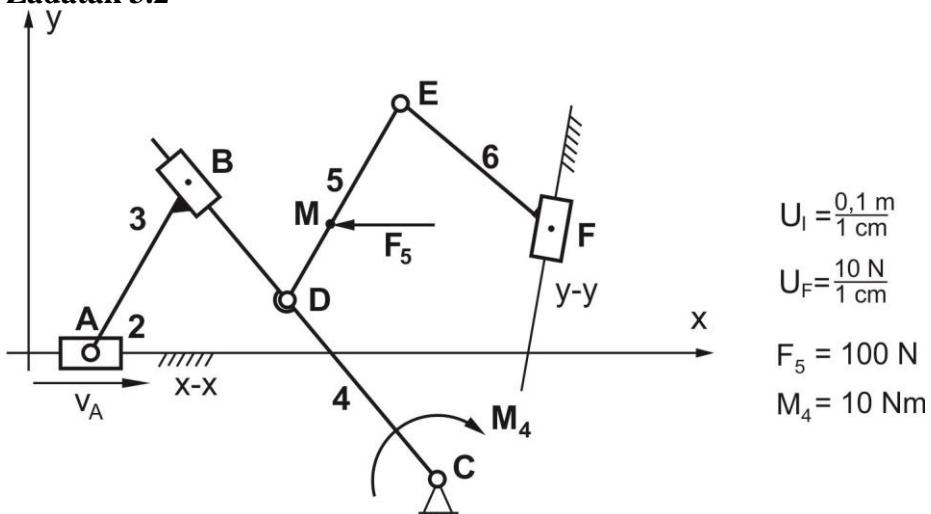
$$h_{12A} = 0$$



Treba imati u vidu da je "sila koja deluje na nekom rastojanju" samo model pogodan za grafičku metodu a da u stavnosti u kliznoj vezi postoje sila i moment. Pomenuto "rastojanje na kojem deluje sila" predstavlja meru momenta u kliznoj vezi:

$$M_{12} = F_{12} \cdot h_{12A} = 0$$

Zadatak 3.2



Za mehanizam prikazan na slici odrediti kinetostatičke pritiske i pogonsku silu na vodećem članu 2.

Rešenje:

Za vrednosti $r_A=0.08\text{m}$, $AB=0.265\text{m}$, $C(0.54, -0.17)$, $CD=0.31\text{m}$, $DE=0.3\text{m}$, $DM=0.115\text{m}$, $EF=0.26\text{m}$, $\beta=80^\circ=1.3963\text{rad}$, $N(0.66, 0)$ – izmereno sa slike, izvršena je kinematička analiza i dobijeni su sledeći parametri položaja:

$$\begin{aligned} CB &= 0.513\text{m}, \varphi_3 = 59.2^\circ = 1.0332\text{rad}, \varphi_4 = 129.2^\circ = 2.255\text{rad}, \varphi_5 = 60.93^\circ = 1.0634\text{rad}, \\ \varphi_6 &= \beta + \alpha = 80^\circ + 60^\circ + 180^\circ = 320^\circ = 5.5851\text{rad}. \end{aligned}$$

član 6

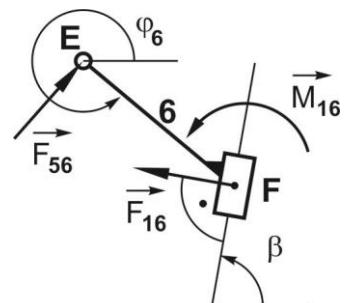
Član 6 ima jednu kliznu i jednu zglobnu vezu, što znači da na njega deluju M_{16} , F_{16} u kliznoj vezi:

$$\vec{F}_{16} = F_{16} \cos \beta (\beta + \pi/2) \vec{i} + F_{16} \sin (\beta + \pi/2) \vec{j}$$

$$\vec{M}_{16} = M_{16} \vec{k}$$

i F_{56} u zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{56} = F_{56x} \vec{i} + F_{56y} \vec{j}$$



Postaviće se jednačine:

$$\sum \vec{F}_i(6) = \vec{F}_{16} + \vec{F}_{56} = 0$$

$$\sum \vec{M}_E(6) = \vec{M}_{16} + \overrightarrow{EF} \times \vec{F}_{16} = 0$$

Nakon projektovanja dobija se:

$$x : F_{56x} + F_{16} \cos(\beta + \pi/2) = 0 \quad 1.$$

$$y : F_{56y} + F_{16} \sin(\beta + \pi/2) = 0 \quad 2.$$

$$z : M_{16} + EF_x \cdot F_{16} \sin(\beta + \pi/2) - EF_y \cdot F_{16} \cos(\beta + \pi/2) = 0 \quad 3.$$

član 5

Član 5 ima dve zglobne vezu, što znači da na njega deluje F_{65} u prvoj zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{65} = -\vec{F}_{56} = -F_{56x}\vec{i} - F_{56y}\vec{j}$$

i F_{45} u drugoj zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{45} = F_{45x}\vec{i} + F_{45y}\vec{j}$$

Postaviće se jednačine:

$$\sum \vec{F}_i(5) = \vec{F}_{45} + \vec{F}_{65} + \vec{F}_5 = 0$$

$$\sum \vec{M}_D(5) = \overrightarrow{DM} \times \vec{F}_5 + \overrightarrow{DE} \times \vec{F}_{65} = 0$$

Nakon smene

$$\vec{F}_{65} = -\vec{F}_{56}$$

gornje jednačine postaju:

$$\sum \vec{F}_i(5) = \vec{F}_{45} + (-\vec{F}_{56}) + \vec{F}_5 = 0$$

$$\sum \vec{M}_D(5) = \overrightarrow{DM} \times \vec{F}_5 + \overrightarrow{DE} \times (-\vec{F}_{56}) = 0$$

Nakon projektovanja dobija se:

$$x : F_{45x} - F_{56x} - 100 = 0 \quad 4.$$

$$y : F_{45y} - F_{56y} + 0 = 0 \quad 5.$$

$$z : DM_x \cdot 0 - DM_y \cdot (-100) + DE_x \cdot (-F_{56y}) - DE_y \cdot (-F_{56x}) = 0 \quad 6.$$

Jednačine 1. do 6. se mogu napisati kao:

$$F_{56x} + F_{16} \cos(\beta + \pi/2) = 0$$

$$F_{56y} + F_{16} \sin(\beta + \pi/2) = 0$$

$$M_{16} + EF_x \cdot F_{16} \sin(\beta + \pi/2) - EF_y \cdot F_{16} \cos(\beta + \pi/2) = 0$$

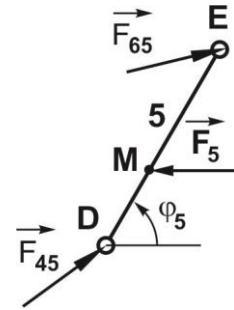
$$F_{45x} - F_{56x} = 100$$

$$F_{45y} - F_{56y} = 0$$

$$DE_x \cdot (-F_{56y}) - DE_y \cdot (-F_{56x}) = DM_y \cdot (-100)$$

odnosno u matričnoj formi:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cos(\beta + \pi/2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sin(\beta + \pi/2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & EF_x \cdot \sin(\beta + \pi/2) - EF_y \cdot \cos(\beta + \pi/2) & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ DE_y & -DE_x & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{56x} \\ F_{56y} \\ F_{16} \\ M_{16} \\ F_{45x} \\ F_{45y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100 \\ 0 \\ DM_y \cdot (-100) \end{bmatrix}$$



Važi da je:

$$DE_x = DE \cos \varphi_5 \quad DM_x = DM \cos \varphi_5 \quad EF_x = EF \cos \varphi_6$$

$$DE_y = DE \sin \varphi_5 \quad DM_y = DM \sin \varphi_5 \quad EF_y = EF \sin \varphi_6$$

Uzimajući u obzir poznate vrednosti, gornja jednačina postaje:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cos(1.3963 + \pi/2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sin(1.3963 + \pi/2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.265 \cdot \cos(5.5851) \cdot \sin(1.3963 + \pi/2) - \\ & & -0.265 \cdot \sin(5.5851) \cdot \cos(1.3963 + \pi/2) & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.3 \cdot \sin(1.0634) & -0.3 \cdot \cos(1.0634) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{56x} \\ F_{56y} \\ F_{16} \\ M_{16} \\ F_{45x} \\ F_{45y} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100 \\ 0 \\ 0.115 \cdot \sin(1.0634) \cdot (-100) \end{bmatrix}$$

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se:

$$F_{56x} = -34,91N$$

$$F_{56y} = 6.16N$$

$$F_{56} = \sqrt{F_{56x}^2 + F_{56y}^2} = 35.45N$$

$$F_{56} = -35.45N$$

pošto je sila dobijena sa negativnim znakom znači da je smer nije dobar – sila stoji pod ugлом ($\beta + \pi/2 + \pi$) član 3

$$M_{56} = -4.6Nm$$

$$F_{45x} = 65.09N$$

$$F_{45y} = 6.16N$$

$$F_{45} = \sqrt{F_{45x}^2 + F_{45y}^2} = 65.38N$$

član 3

Član 3 ima jednu kliznu i jednu zglobnu vezu, što znači da na njega deluju M_{43} , F_{43} u kliznoj vezi:

$$\vec{F}_{43} = F_{43} \cos \beta (\varphi_4 - \pi/2) \vec{i} + F_{43} \sin (\varphi_4 - \pi/2) \vec{j}$$

$$\vec{M}_{43} = M_{43} \vec{k}$$

i F_{23} u zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{23} = F_{23x} \vec{i} + F_{23y} \vec{j}$$

Postaviće se jednačine:

$$\sum \vec{F}_i(3) = \vec{F}_{23} + \vec{F}_{43} = 0$$

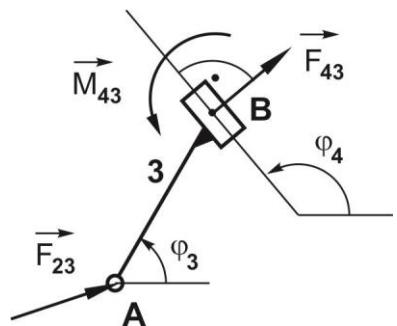
$$\sum \vec{M}_A(3) = \vec{M}_{43} + \overrightarrow{AB} \times \vec{F}_{43} = 0$$

Nakon projektovanja dobija se:

$$x : F_{23x} + F_{43} \cos(\varphi_4 - \pi/2) = 0 \quad 1.$$

$$y : F_{23y} + F_{43} \sin(\varphi_4 - \pi/2) = 0 \quad 2.$$

$$z : M_{43} + AB_x \cdot F_{43} \sin(\varphi_4 - \pi/2) - AB_y \cdot F_{43} \cos(\varphi_4 - \pi/2) = 0 \quad 3.$$



član 4

Član 4 ima jednu kliznu i dve zglobne veze, što znači da na njega deluju F_{34} i M_{34} u kliznoj vezi:

$$\vec{F}_{34} = -\vec{F}_{43} = -F_{43} \cos \beta (\varphi_4 - \pi/2) \vec{i} - F_{43} \sin (\varphi_4 - \pi/2) \vec{j}$$

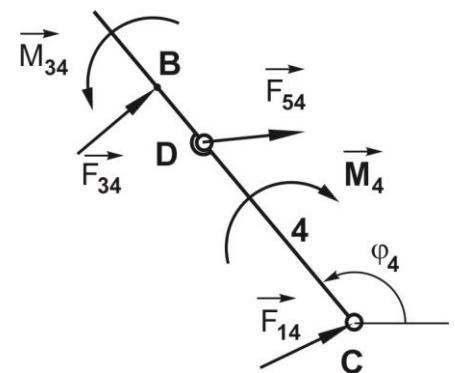
$$\vec{M}_{34} = -\vec{M}_{43} = -M_{43} \vec{k}$$

F_{54} u prvoj zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{54} = -\vec{F}_{45} = -F_{45x} \vec{i} - F_{45y} \vec{j}$$

i F_{14} u drugoj zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{14} = F_{14x} \vec{i} + F_{14y} \vec{j}$$



Postaviće se jednačine:

$$\sum \vec{F}_i(4) = \vec{F}_{34} + \vec{F}_{54} + \vec{F}_{14} = 0$$

$$\sum \vec{M}_c(4) = \vec{M}_4 + \vec{M}_{34} + \overrightarrow{CD} \times \vec{F}_{54} + \overrightarrow{CB} \times \vec{F}_{34} = 0$$

Nakon smene

$$\vec{F}_{34} = -\vec{F}_{43}$$

$$\vec{M}_{34} = -\vec{M}_{43}$$

$$\vec{F}_{54} = -\vec{F}_{45}$$

gornje jednačine postaju:

$$\sum \vec{F}_i(4) = (-\vec{F}_{43}) + (-\vec{F}_{45}) + \vec{F}_{14} = 0$$

$$\sum \vec{M}_c(4) = \vec{M}_4 + (-\vec{M}_{43}) + \overrightarrow{CD} \times (-\vec{F}_{45}) + \overrightarrow{CB} \times (-\vec{F}_{43}) = 0$$

Nakon projektovanja dobija se:

$$x : -F_{43} \cos(\varphi_4 - \pi/2) - F_{45x} + F_{14x} = 0 \quad 4.$$

$$y : -F_{43} \sin(\varphi_4 - \pi/2) - F_{45y} + F_{14y} = 0 \quad 5.$$

$$z : -10 - M_{43} + CD_x \cdot (-F_{45y}) - CD_y \cdot (-F_{45x}) + CB_x \cdot (-F_{43} \sin(\varphi_4 - \pi/2)) - CB_y \cdot (-F_{43} \cos(\varphi_4 - \pi/2)) = 0 \quad 6.$$

Jednačine 1. do 6. se mogu napisati kao:

$$F_{23x} + F_{43} \cos(\varphi_4 - \pi/2) = 0$$

$$F_{23y} + F_{43} \sin(\varphi_4 - \pi/2) = 0$$

$$M_{43} + AB_x \cdot F_{43} \sin(\varphi_4 - \pi/2) - AB_y \cdot F_{43} \cos(\varphi_4 - \pi/2) = 0$$

$$-F_{43} \cos(\varphi_4 - \pi/2) + F_{14x} = F_{45x}$$

$$-F_{43} \sin(\varphi_4 - \pi/2) + F_{14y} = F_{45y}$$

$$-M_{43} + CB_x \cdot (-F_{43} \sin(\varphi_4 - \pi/2)) - CB_y \cdot (-F_{43} \cos(\varphi_4 - \pi/2)) = 10 - CD_x \cdot (-F_{45y}) + CD_y \cdot (-F_{45x})$$

odnosno u matričnoj formi:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cos(\varphi_4 - \pi/2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sin(\varphi_4 - \pi/2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & AB_x \cdot \sin(\varphi_4 - \pi/2) - AB_y \cdot \cos(\varphi_4 - \pi/2) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\cos(\varphi_4 - \pi/2) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(\varphi_4 - \pi/2) & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -CB_x \cdot \sin(\varphi_4 - \pi/2) + CB_y \cdot \cos(\varphi_4 - \pi/2) & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{23x} \\ F_{23y} \\ F_{43} \\ M_{43} \\ F_{14x} \\ F_{14y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_{45x} \\ F_{45y} \\ 10 - CD_x \cdot (-F_{45y}) + CD_y \cdot (-F_{45x}) \end{bmatrix}$$

Važi da je:

$$AB_x = AB \cos \varphi_3 \quad CB_x = DM \cos \varphi_4 \quad CD_x = EF \cos \varphi_4$$

$$AB_y = AB \sin \varphi_3 \quad CB_y = DM \sin \varphi_4 \quad CD_y = EF \sin \varphi_4$$

Uzimajući u obzir poznate vrednosti, gornja jednačina postaje:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cos(\varphi_4 - \pi/2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sin(\varphi_4 - \pi/2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & AB_x \cdot \sin(\varphi_4 - \pi/2) - AB_y \cdot \cos(\varphi_4 - \pi/2) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\cos(\varphi_4 - \pi/2) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(\varphi_4 - \pi/2) & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -CB_x \cdot \sin(\varphi_4 - \pi/2) + CB_y \cdot \cos(\varphi_4 - \pi/2) & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{23x} \\ F_{23y} \\ F_{43} \\ M_{43} \\ F_{14x} \\ F_{14y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_{45x} \\ F_{45y} \\ 10 - CD_x \cdot (-F_{45y}) + CD_y \cdot (-F_{45x}) \end{bmatrix}$$

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se:

$$F_{23x} = 12.55N$$

$$F_{23y} = 10.24N$$

$$F_{23} = \sqrt{F_{23x}^2 + F_{23y}^2} = 16.20N$$

$$F_{43} = -16.2N$$

pošto je sila dobijena sa negativnim znakom znači da je smer nije dobar – sila stoji pod ugлом ($\varphi_4 - \pi/2 + \pi$)

$$M_{43} = -1.47Nm$$

$$F_{14x} = 52.54N$$

$$F_{14y} = 5.23N$$

$$F_{14} = \sqrt{F_{14x}^2 + F_{14y}^2} = 52.8N$$

član 2

Ovaj zadatak je specifičan po tome što pogonski član vrši translatorno kretanje. To znači da će umesto pogonskog momenta na njega delovati pogonska sila F_p . U opštem slučaju ona može imati proizvođen pravac i napadnu tačku. Ako nije posebno zadato, uzima se najefikasniji slučaj a to je delovanje u pravcu kretanja i napadna tačka na pravcu vodice:

$$\vec{F}_p = F_p \vec{i}$$

Član 2 ima kliznu i zglobnu vezu, što znači da na njega deluju F_{12} i M_{12} u kliznoj vezi:

$$\vec{F}_{12} = F_{12} \cos \beta (0 + \pi/2) \vec{i} + F_{12} \sin (0 + \pi/2) \vec{j}$$

$$\vec{M}_{12} = M_{12} \vec{k}$$

i F_{32} u zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{32} = -\vec{F}_{23} = -F_{23x} \vec{i} - F_{23y} \vec{j}$$

Postaviće se jednačine:

$$\sum \vec{F}_i(2) = \vec{F}_p + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = 0$$

$$\sum \vec{M}_A(2) = \vec{M}_{12} = 0$$

Nakon smene

$$\vec{F}_{32} = -\vec{F}_{23}$$

gornje jednačine postaju:

$$\sum \vec{F}_i(2) = \vec{F}_p + \vec{F}_{12} + (-\vec{F}_{23}) = 0$$

$$\sum \vec{M}_A(2) = \vec{M}_{12} = 0$$

Nakon projektovanja dobija se:

$$x : F_p + F_{12} \cos(0 + \pi/2) - F_{23x} = 0 \quad 1.$$

$$y : 0 + F_{12} \sin(0 + \pi/2) - F_{23y} = 0 \quad 2.$$

$$z : M_{12} = 0 \quad 3.$$

Rešavanjem se dobija:

$$F_{12} = F_{23y} = 10.24N$$

$$F_p = F_{23x} = 12.55N$$

$$M_{12} = 0$$

