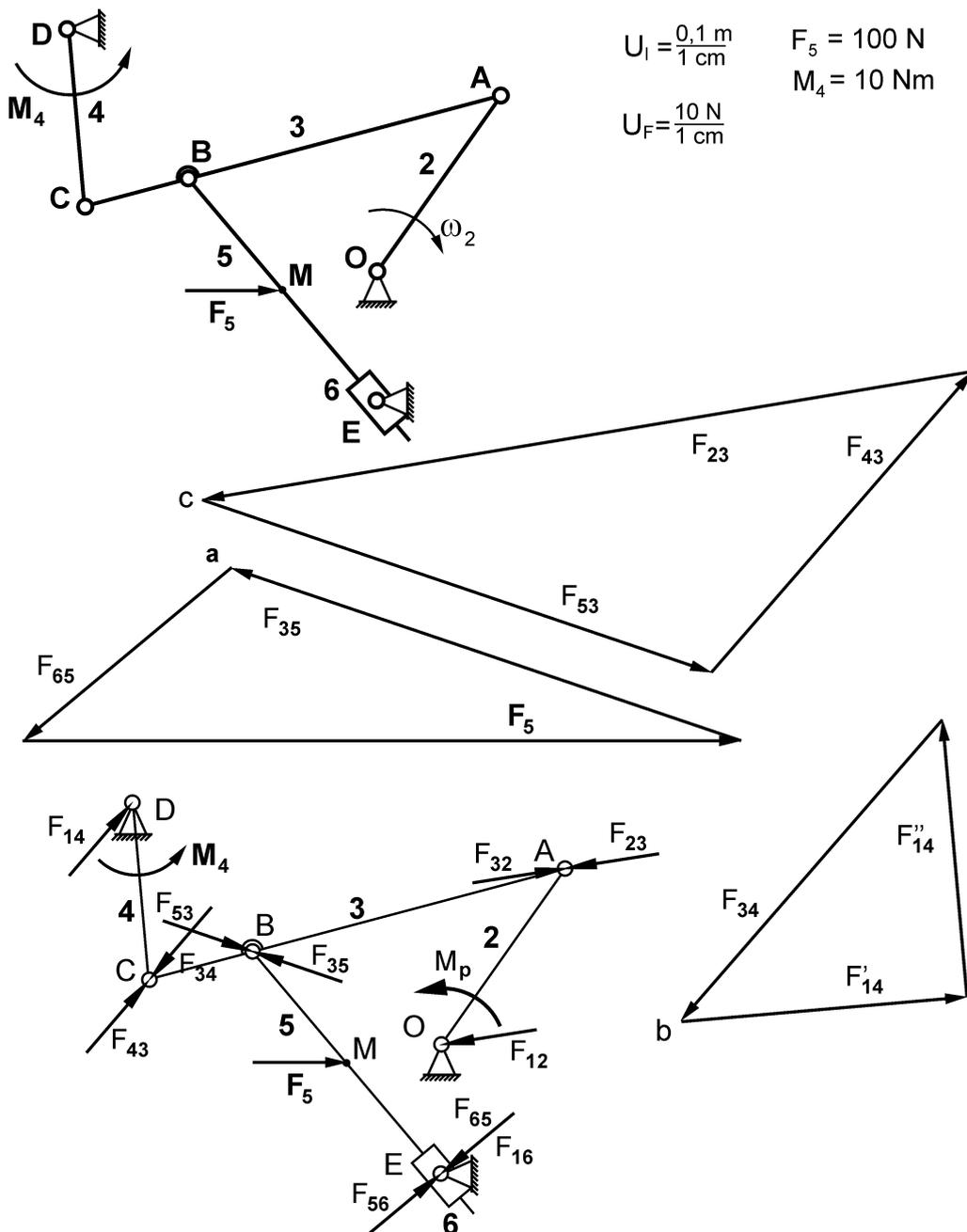


Zadatak 3.1



Za mehanizam prikazan na slici odrediti kinetostatičke pritiske i pogonski moment na vodećem članu 2.

Rešenje:

član 6

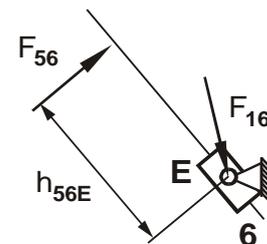
Član 6 ima jednu kliznu i jednu zglobovu vezu, što znači da na njega deluju kinetostatički pritiske F_{56} i F_{16} . Postaviće se prva jednačina:

$$1. \quad \sum \vec{F}_1(6) = \vec{F}_{16} + \vec{F}_{56} = 0 \quad \vec{F}_{16} = -\vec{F}_{56}$$

Mada se iz ove jednačine ne može odrediti intenzitet sila, s obzirom da F_{56} mora delovati upravno na voljicu 5, vidi se da isto mora važiti i za F_{16} . Može se postaviti i momentna jednačina:

$$2. \quad \sum M_E(6) = F_{56} \cdot h_{56E} = 0 \quad h_{56E} = 0$$

što znači da F_{56} deluje u tački E.



Treba imati u vidu da je “sila koja deluje na nekom rastojanju” samo model pogodan za grafičku metodu a da u stvarnosti u kliznoj vezi postoje sila i moment. Pomenuto “rastojanje na kojem deluje sila” predstavlja meru momenta u kliznoj vezi:

$$M_{56} = F_{56} \cdot h_{56E} = 0$$

član 5

Pošto je određena napadna tačka sile F_{65} (a njen pravac je poznat) može se iskoristiti momentna jednačina za tačku B:

$$3. \quad \sum M_B(5) = F_{65} \cdot h_{65B} - F_5 \cdot h_{5B} = 0$$

$$F_{65} = \frac{F_5 \cdot h_{5B}}{h_{65B}} = \frac{100 \cdot 0,155}{0,41} = 37,8 \text{ N}$$

Sila F_{35} se može odrediti iz jednačine:

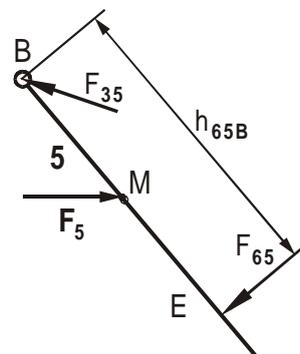
$$4. \quad \sum \vec{F}_1(5) = \vec{F}_{65} + \vec{F}_5 + \vec{F}_{35} = 0$$

Na osnovu ove jednačine crta se poligon sila A (početna tačka a). Korišćenjem date razmere izračunava se sila F_{35} .

$$F_{35} = 75,1 \text{ N}$$

Ovim je kompletirana dijada 5, 6.

(Uočiti da se F_{16} može dobiti i vraćanjem na prvu jednačinu.)



Na dijadu 3, 4 deluju deluju dva kinetostatička pritiska nepoznatih pravaca (F_{14} i F_{23}). Pojedinačnim posmatranjem članova ne može se zaključiti koji pravac imaju ove sile pa se zato mora upotrebiti razlaganje sile. Ovo se može uraditi na više načina, a ovde je prikazan jedan od njih.

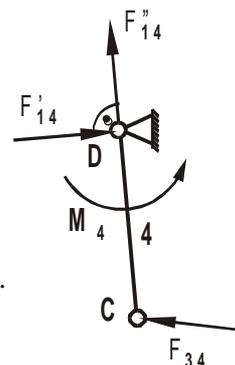
član 4

Razlaže se sila F_{14} . Komponente su paralelna i upravna na član 4. Prvo će se postaviti momentna jednačina:

$$5. \quad \sum M_C(4) = F'_{14} \cdot \overline{CD} - M_4 = 0$$

$$F'_{14} = \frac{M_4}{\overline{CD}} = \frac{10}{0,25} = 40 \text{ N}$$

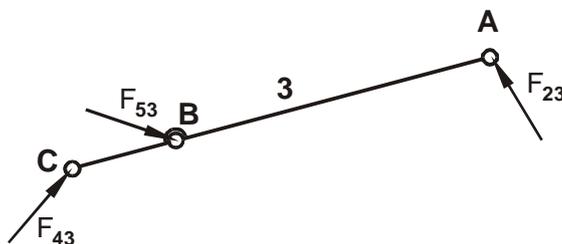
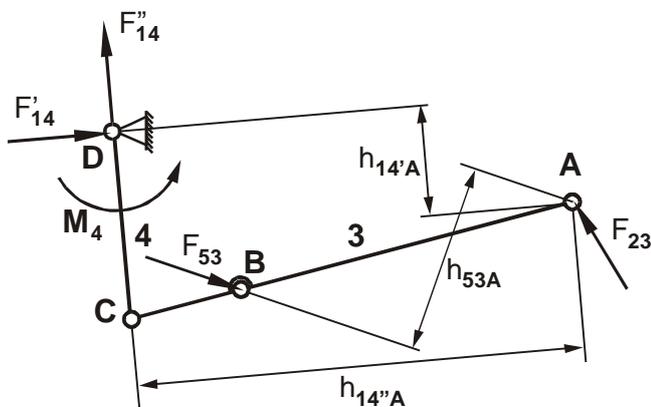
Određivanjem jedne komponente, druga se nalazi takođe iz momentne jednačine, ali za celu dijadu.



članovi 3 i 4

$$6. \quad \sum M_A(3,4) = M_4 + F_{53} \cdot h_{53A} - F'_{14} \cdot h_{14'A} - F''_{14} \cdot h_{14''A} = 0$$

$$F''_{14} = \frac{M_4 + F_{53} \cdot h_{53A} - F'_{14} \cdot h_{14'A}}{h_{14''A}} = \frac{10 + 75,1 \cdot 0,25 - 40 \cdot 0,146}{0,59} = 38,9 \text{ N}$$



Vraćajući se na član 4 određuje se sila F_{34} :

$$7. \quad \sum \vec{F}_1(4) = \vec{F}'_{14} + \vec{F}''_{14} + \vec{F}_{34} = 0$$

plan B $F_{34} = F_{14} = 55,8 \text{ N}$

član 3

Analizom člana 3 određuje se F_{23} :

$$8. \sum \vec{F}_1(3) = \vec{F}_{53} + \vec{F}_{43} + \vec{F}_{23} = 0$$

plan C $F_{23} = 109 \text{ N}$

Ovim je završena analiza druge dijade - članovi 3 i 4.

Na kraju ostaje sam pogonski član. Ne sme se zaboraviti da pored kinetostatičkih pritisaka (F_{32} i F_{12}) na njega deluje i pogonski moment.

član 2

Iz jednačine ravnoteže sila određuje se F_{12} :

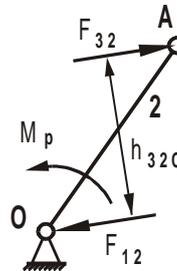
$$9. \sum \vec{F}_1(2) = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = 0$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{32} \quad F_{12} = 109 \text{ N}$$

a iz momentne jednačine pogonski moment:

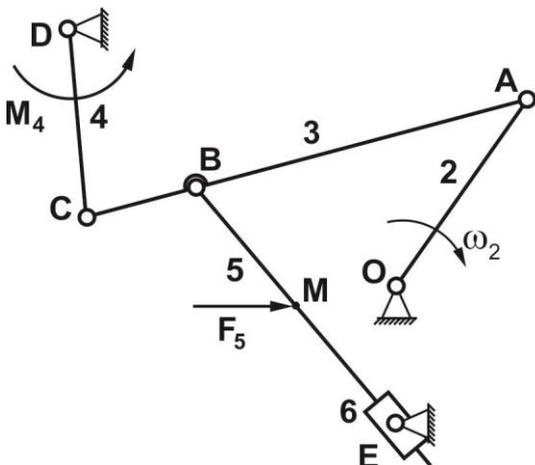
$$10. \sum M_O(2) = M_p - F_{32} \cdot h_{320} = 0$$

$$M_p = F_{32} \cdot h_{320} = 109 \cdot 0,215 = 23,435 \text{ Nm}$$



Pored postavljenog zadatka i poligona sila, na prvoj strani je prikazano i konačno rešenje - mehanizam sa ucrtanim svim kinetostatičkim pritiscima i pogonskim momentom.

Zadatak 3.1



$$U_l = \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ cm}} \quad F_5 = 100 \text{ N}$$

$$U_F = \frac{10 \text{ N}}{1 \text{ cm}} \quad M_4 = 10 \text{ Nm}$$

Za mehanizam prikazan na slici odrediti kinetostatičke pritiske i pogonski moment na vodećem članu 2.

Rešenje:

Za vrednosti $\varphi_2=55^\circ$, $OA=0,3\text{m}$, $AC=0,6\text{m}$, $D(-0,43, 0,34)$, $CD=0,25\text{m}$, $AB=0,45\text{m}$, $BM=0,205\text{m}$, $E(0,-0,18)$ – izmereno sa slike, izvršena je kinematička analiza i dobijeni su sledeći parametri položaja: $\varphi_3=15,22^\circ=0,2656\text{rad}$, $\varphi_4=95,29^\circ=1,6631\text{rad}$, $\varphi_5=310,44^\circ=5,4182\text{rad}$ i $BE=0,405\text{m}$.

član 6

Član 6 ima jednu kliznu i jednu zglobovu vezu, što znači da na njega deluju M_{56} , F_{56} u kliznoj vezi:

$$\vec{F}_{56} = F_{56} \cos(\varphi_5 + \pi/2)\vec{i} + F_{56} \sin(\varphi_5 + \pi/2)\vec{j}$$

$$\vec{M}_{56} = M_{56}\vec{k}$$

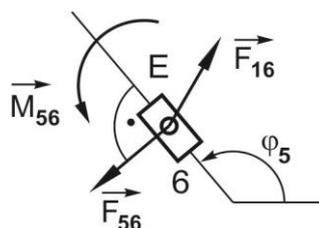
i F_{16} u zgloboj vezi:

$$\vec{F}_{16} = F_{16x}\vec{i} + F_{16y}\vec{j}$$

Postaviće se jednačine:

$$\sum \vec{F}_1(6) = \vec{F}_{16} + \vec{F}_{56} = 0$$

$$\sum \vec{M}_E(6) = \vec{M}_{56} = 0$$



Nakon projektovanja dobija se:

$$\begin{aligned} x: F_{16x} + F_{56} \cos(\varphi_5 + \pi/2) &= 0 & 1. \\ y: F_{16y} + F_{56} \sin(\varphi_5 + \pi/2) &= 0 & 2. \\ z: M_{56} &= 0 & 3. \end{aligned}$$

član 5

Član 5 ima jednu kliznu i jednu zglobnu vezu, što znači da na njega deluju M_{65} , F_{65} u kliznoj vezi:

$$\vec{F}_{65} = -\vec{F}_{56} = -F_{56} \cos(\varphi_5 + \pi/2) \vec{i} - F_{56} \sin(\varphi_5 + \pi/2) \vec{j}$$

$$\vec{M}_{65} = -\vec{M}_{56} = -M_{56} \vec{k}$$

i F_{35} u zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{35} = F_{35x} \vec{i} + F_{35y} \vec{j}$$

Postaviće se jednačine:

$$\sum \vec{F}_i(5) = \vec{F}_{35} + \vec{F}_{65} + \vec{F}_5 = 0$$

$$\sum \vec{M}_E(5) = \vec{M}_{65} + \vec{EM} \times \vec{F}_5 + \vec{EB} \times \vec{F}_{35} = 0$$

Nakon smene

$$\vec{F}_{65} = -\vec{F}_{56}$$

$$\vec{M}_{65} = -\vec{M}_{56}$$

gornje jednačine postaju:

$$\sum \vec{F}_i(5) = \vec{F}_{35} + (-\vec{F}_{56}) + \vec{F}_5 = 0$$

$$\sum \vec{M}_E(5) = (-\vec{M}_{56}) + \vec{EM} \times \vec{F}_5 + \vec{EB} \times \vec{F}_{35} = 0$$

Nakon projektovanja dobija se:

$$\begin{aligned} x: F_{35x} - F_{56} \cos(\varphi_5 + \pi/2) + 100 &= 0 & 4. \\ y: F_{35y} - F_{56} \sin(\varphi_5 + \pi/2) + 0 &= 0 & 5. \\ z: -M_{56} + EM_x \cdot 0 - EM_y \cdot 100 + EB_x \cdot F_{35y} - EB_y \cdot F_{35x} &= 0 & 6. \end{aligned}$$

Jednačine 1. do 6. se mogu napisati kao:

$$F_{16x} + F_{56} \cos(\varphi_5 + \pi/2) = 0$$

$$F_{16y} + F_{56} \sin(\varphi_5 + \pi/2) = 0$$

$$M_{56} = 0$$

$$F_{35x} - F_{56} \cos(\varphi_5 + \pi/2) = -100$$

$$F_{35y} - F_{56} \sin(\varphi_5 + \pi/2) + 0 = 0$$

$$-M_{56} + EB_x \cdot F_{35y} - EB_y \cdot F_{35x} = EM_y \cdot 100$$

odnosno u matičnoj formi:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cos(\varphi_5 + \pi/2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sin(\varphi_5 + \pi/2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\cos(\varphi_5 + \pi/2) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(\varphi_5 + \pi/2) & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -EB_y & EB_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{16x} \\ F_{16y} \\ F_{56} \\ M_{56} \\ F_{35x} \\ F_{35y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -100 \\ 0 \\ EM_y \cdot 100 \end{bmatrix},$$

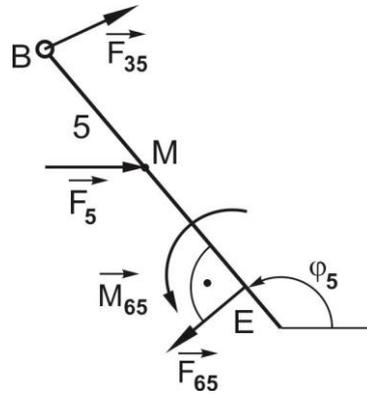
Važi da je je:

$$EB_x = EB \cos \varphi_5$$

$$EB_y = EB \sin \varphi_5$$

$$EM_x = EM \cos \varphi_5$$

$$EM_y = EM \sin \varphi_5$$



Uzimajući u obzir poznate vrednosti, gornja jednačina postaje:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cos(5.4182 + \pi/2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sin(5.4182 + \pi/2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\cos(5.4182 + \pi/2) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(5.4182 + \pi/2) & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -0.405 \sin 5.4182 & 0.405 \sin 5.4182 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_{16x} \\ F_{16y} \\ F_{56} \\ M_{56} \\ F_{35x} \\ F_{35y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -100 \\ 0 \\ 100 \cdot 0.205 \sin 5.4182 \end{bmatrix}$$

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se:

$$F_{16x} = -28.60N$$

$$F_{16y} = -24.38N$$

$$F_{16} = \sqrt{F_{16x}^2 + F_{16y}^2} = 37.58N$$

$$F_{56} = 37.58N$$

pošto je sila dobijena sa pozitivnim znakom znači da je smer dobar – stoji pod uglom $(\varphi_5 + \pi/2)$

$$M_{56} = 0$$

$$F_{35x} = -71.40N$$

$$F_{35y} = 24.38N$$

$$F_{35} = \sqrt{F_{35x}^2 + F_{35y}^2} = 75.44N$$

član 4.

Član 4 ima dve zglobne veze, što znači da na njega deluju F_{14} u prvoj zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{14} = F_{14x} \vec{i} + F_{14y} \vec{j}$$

i F_{34} u drugoj zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{34} = F_{34x} \vec{i} + F_{34y} \vec{j}$$

Postaviće se jednačine:

$$\sum \vec{F}_i(4) = \vec{F}_{14} + \vec{F}_{34} = 0$$

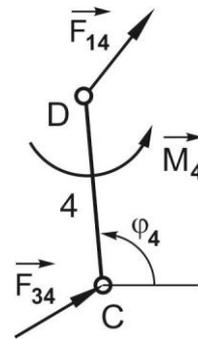
$$\sum \vec{M}_C(4) = \vec{M}_4 + \overline{CD} \times \vec{F}_{14} = 0$$

Nakon projektovanja dobija se:

$$x: F_{14x} + F_{34x} = 0 \quad 1.$$

$$y: F_{14y} + F_{34y} = 0 \quad 2.$$

$$z: 10 + CD_x \cdot F_{14y} - CD_y \cdot F_{14x} = 0 \quad 3.$$



član 3.

Član 3 ima tri zglobne veze, što znači da na njega deluju F_{23} u prvoj zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{23} = F_{23x} \vec{i} + F_{23y} \vec{j}$$

F_{53} u drugoj zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{53} = -\vec{F}_{35} = -F_{35x} \vec{i} - F_{35y} \vec{j}$$

i F_{43} u drugoj zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{43} = -\vec{F}_{34} = -F_{34x} \vec{i} - F_{34y} \vec{j}$$

Postaviće se jednačine:

$$\sum \vec{F}_i(3) = \vec{F}_{43} + \vec{F}_{53} + \vec{F}_{23} = 0$$

$$\sum \vec{M}_C(3) = \overline{CB} \times \vec{F}_{53} + \overline{CA} \times \vec{F}_{23} = 0$$

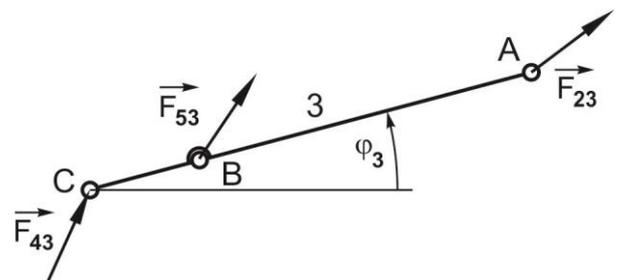
Nakon smene

$$\vec{F}_{53} = -\vec{F}_{35}$$

$$\vec{F}_{43} = -\vec{F}_{34}$$

gornje jednačine postaju:

$$\sum \vec{F}_i(3) = -\vec{F}_{34} - \vec{F}_{35} + \vec{F}_{23} = 0$$



$$\sum \vec{M}_c(3) = \vec{CB} \times (-\vec{F}_{35}) + \vec{CA} \times \vec{F}_{23} = 0$$

Nakon projektovanja dobija se:

$$x: -F_{34x} - F_{35x} + F_{23x} = 0 \quad 4.$$

$$y: -F_{34y} - F_{35y} + F_{23y} = 0 \quad 5.$$

$$z: CB_x \cdot (-F_{35y}) - CB_y \cdot (-F_{35x}) + CA_x \cdot F_{23y} - CA_y \cdot F_{23x} = 0 \quad 6.$$

Jednačine 1. do 6. se mogu napisati kao:

$$x: F_{14x} + F_{34x} = 0$$

$$y: F_{14y} + F_{34y} = 0$$

$$z: CD_x \cdot F_{14y} - CD_y \cdot F_{14x} = -10$$

$$x: -F_{34x} + F_{23x} = F_{35x}$$

$$y: -F_{34y} + F_{23y} = F_{35y}$$

$$z: CA_x \cdot F_{23y} - CA_y \cdot F_{23x} = -CB_x \cdot (-F_{35y}) + CB_y \cdot (-F_{35x})$$

odnosno u matricnoj formi:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -CD_y & CD_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -CA_y & CA_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{14x} \\ F_{14y} \\ F_{34x} \\ F_{34y} \\ F_{23x} \\ F_{23y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -10 \\ F_{35x} \\ F_{35y} \\ -CB_x \cdot (-F_{35y}) + CB_y \cdot (-F_{35x}) \end{bmatrix},$$

Važi da je:

$$CB_x = CB \cos \varphi_3$$

$$CB_y = CB \sin \varphi_3$$

$$CA_x = EM \cos \varphi_3$$

$$CA_y = EM \sin \varphi_3$$

$$CD_x = ED \cos \varphi_4$$

$$CD_y = ED \sin \varphi_4$$

Uzimajući u obzir poznate vrednosti, gornja jednačina postaje:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -CD \sin \varphi_4 & CD \cos \varphi_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -CM \sin \varphi_3 & CM \cos \varphi_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{16x} \\ F_{16y} \\ F_{56} \\ M_{56} \\ F_{35x} \\ F_{35y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -10 \\ F_{35x} \\ F_{35y} \\ -CB \cos \varphi_3 (-F_{35y}) + CB \sin \varphi_3 (-F_{35x}) \end{bmatrix}$$

Rešavanjem ovog sistema jednačina dobija se:

$$F_{14x} = 36.22N$$

$$F_{14y} = 42.71N$$

$$F_{14} = \sqrt{F_{14x}^2 + F_{14y}^2} = 56N$$

$$F_{34x} = -36.22N$$

$$F_{34y} = -42.71N$$

$$F_{34} = \sqrt{F_{34x}^2 + F_{34y}^2} = 56N$$

$$F_{23x} = -107.62N$$

$$F_{23y} = -18.33N$$

$$F_{23} = \sqrt{F_{23x}^2 + F_{23y}^2} = 109.17N$$

Na kraju ostaje sam pogonski član. Ne sme se zaboraviti da pored kinetostatičkih pritisaka (F_{32} i F_{12}) na njega deluje i pogonski moment.

član 2

Član 2 ima dve zglobne veze, što znači da na njega deluju F_{12} u prvoj zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{12} = F_{12x}\vec{i} + F_{12y}\vec{j}$$

i F_{32} u drugoj zglobnoj vezi:

$$\vec{F}_{32} = -\vec{F}_{23} = -F_{23x}\vec{i} - F_{23y}\vec{j}$$

Postaviće se jednačine:

$$\sum \vec{F}_i(2) = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = 0$$

$$\sum \vec{M}_o(2) = \vec{M}_p + \vec{OA} \times \vec{F}_{32} = 0$$

Nakon smene

$$\vec{F}_{32} = -\vec{F}_{23}$$

gornje jednačine postaju:

$$\sum \vec{F}_i(2) = \vec{F}_{12} + (-\vec{F}_{23}) = 0$$

$$\sum \vec{M}_o(2) = \vec{M}_p + \vec{OA} \times (-\vec{F}_{23}) = 0$$

Nakon projektovanja dobija se:

$$\begin{aligned} x: F_{12x} - F_{23x} &= 0 & 1. \\ y: F_{12y} - F_{23y} &= 0 & 2. \\ z: M_p + OA_x \cdot (-F_{23y}) - OA_y \cdot (-F_{23x}) &= 0 & 3. \end{aligned}$$

Rešavanjem se dobija:

$$F_{12x} = -107.62N$$

$$F_{12y} = -18.33N$$

$$F_{12} = \sqrt{F_{12x}^2 + F_{12y}^2} = 109.17N$$

$$M_p = -OA_x \cdot (-F_{23y}) + OA_y \cdot (-F_{23x})$$

$$M_p = 23.29Nm$$

