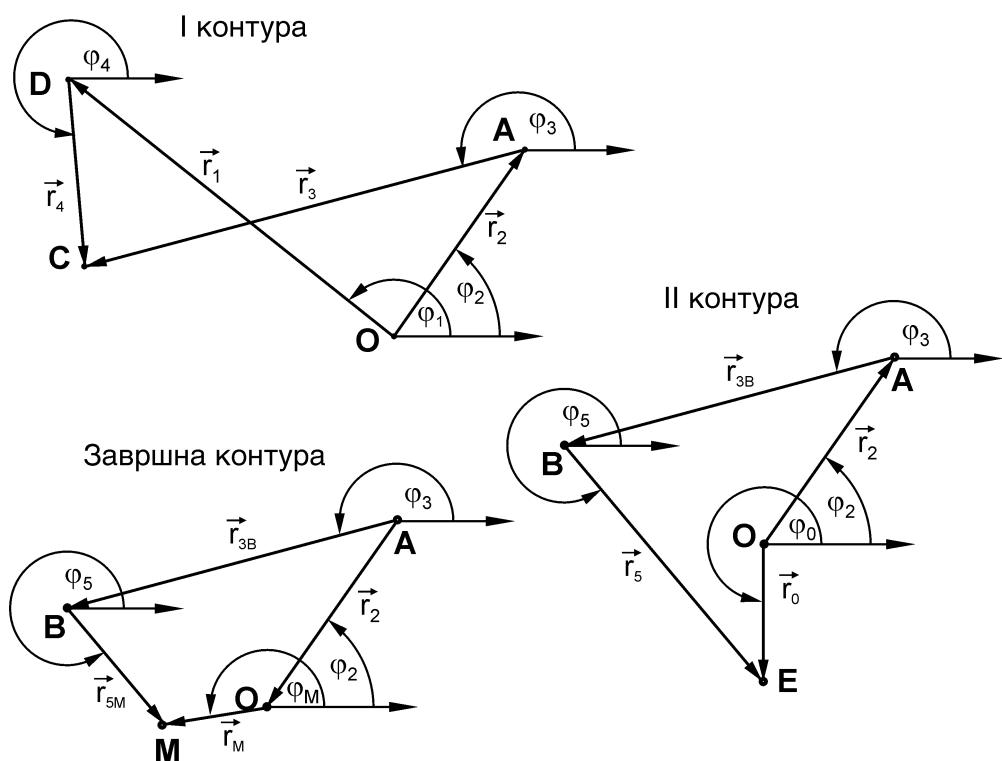
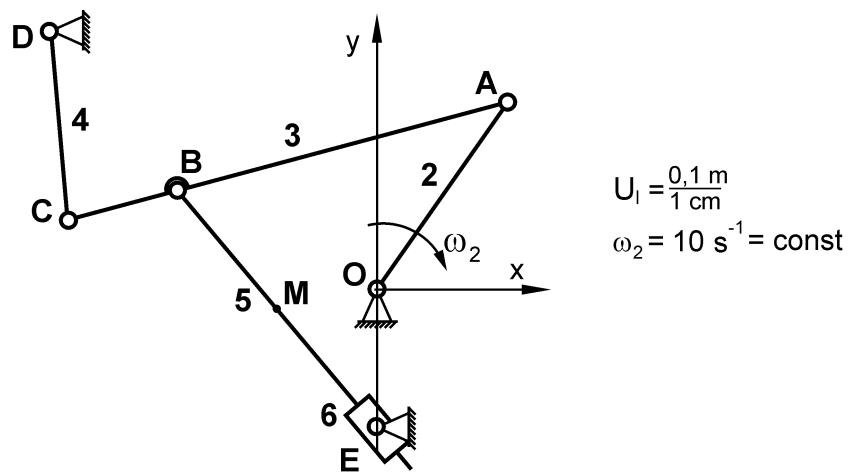


Задатак 2.1



За механизам приказан на слици аналитичком методом - методом комплексног броја одредити положај, брзину и убрзање тачке M . Задата је угаона брзина члана 2, која је константна.

Решење:

Прво се формирају затворене векторске контуре. Контура ће се формирати од вектора постављених дуж чланова механизма, и неких који одговарају механизму - рецимо вектор између O и D (означен као \vec{r}_1). Лако се уочава да основу механизма чини зglobни четвороугао $OACDO$ - чланови 2, 3 и 4, па ће се покушати са контуром:

I контура ($OACDO$)

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_3 = \vec{r}_1 + \vec{r}_4$$

Имајући у виду ознаке углова положаја и Ојлеров начин писања вектора горња једначина добија следећи облик:

$$r_2 e^{i\varphi_2} + r_3 e^{i\varphi_3} = r_1 e^{i\varphi_1} + r_4 e^{i\varphi_4}$$

У овој једначини смеју постојати само два непозната параметра, што треба проверити. Параметри су дужине и углови положаја вектора. Са слике се види да су све дужине (r_2, r_3, r_1 и r_4) константне, што значи познате, јер вредност која се очита на слици важи за сваки временски тренутак. Исто се односи и на угао φ_1 јер су тачке O и D непокретне. Угао φ_2 није константан, али се може израчунати у сваком тренутку коришћењем познате угаоне брзине ω_2 . На основу овога остају две непознате - углови φ_3 и φ_4 .

$$\text{A: } r_2 e^{i\varphi_2} + r_3 e^{i\varphi_3} = r_1 e^{i\varphi_1} + r_4 e^{i\varphi_4} \Rightarrow \varphi_3, \varphi_4$$

Пројектовањем горње једначине на координатне осе - x и y добија се систем тригонометријских једначина:

$$r_2 \cos \varphi_2 + r_3 \cos \varphi_3 = r_1 \cos \varphi_1 + r_4 \cos \varphi_4$$

$$r_2 \sin \varphi_2 + r_3 \sin \varphi_3 = r_1 \sin \varphi_1 + r_4 \sin \varphi_4$$

Пошто се траже вредности кинематичких параметара за тренутак приказан на слици за угао φ_2 се узима 55° (измерено са слике). Заменом вредности добија се:

$$0,3 \cdot \cos 55^\circ + 0,6 \cdot \cos \varphi_3 = -0,43 + 0,25 \cdot \cos \varphi_4$$

$$0,3 \cdot \sin 55^\circ + 0,6 \cdot \sin \varphi_3 = 0,34 + 0,25 \cdot \sin \varphi_4$$

Систем ових тригонометријских једначина се решава на следећи начин: квадрирањем и сабирањем горњих једначина елиминише се φ_3 и добија једначина по φ_4 :

$$-0,301 \cdot \cos \varphi_4 + 0,047 \cdot \sin \varphi_4 + 0,07374 = 0$$

Решавањем се добија квадратна једначина по $\sin\varphi_4$ која даје две вредности за $\sin\varphi_4$, односно четири вредности за φ_4 . Изабраће се вредност која одговара положају механизма са слике:

$$\varphi_4 = 275,29^\circ$$

Сада је лако одредити φ_3 :

$$\varphi_3 = 195,22^\circ$$

Да би се добили параметри брзине потребно је једначину A диференцирати по времену. Срећивањем диференциране једначине добија се:

$$B: r_2 \omega_2 e^{i(\varphi_2 + \pi/2)} + r_3 \omega_3 e^{i(\varphi_3 + \pi/2)} = r_4 \omega_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} \Rightarrow \omega_3, \omega_4$$

Треба уочити да је означавање поједностављено у овој једначини у смислу: $\dot{\varphi}_3 = \omega_3$ и $i \cdot e^{i \cdot \varphi_2} = e^{i(\varphi_2 + \pi/2)}$

И ово је векторска једначина чијим пројектовањем се добија систем линеарних једначина из којих се добија ω_3 и ω_4 :

$$r_2 \omega_2 \cos(\varphi_2 + \pi/2) + r_3 \omega_3 \cos(\varphi_3 + \pi/2) = r_4 \omega_4 \cos(\varphi_4 + \pi/2)$$

$$r_2 \omega_2 \sin(\varphi_2 + \pi/2) + r_3 \omega_3 \sin(\varphi_3 + \pi/2) = r_4 \omega_4 \sin(\varphi_4 + \pi/2)$$

$$0,3 \cdot (-10) \cdot \cos(55^\circ + 90^\circ) + 0,6 \cdot \omega_3 \cdot \cos(195,22^\circ + 90^\circ) = 0,25 \cdot \omega_4 \cdot \cos(275,29 + 90^\circ)$$

$$0,3 \cdot (-10) \cdot \sin(55^\circ + 90^\circ) + 0,6 \cdot \omega_3 \cdot \sin(195,22^\circ + 90^\circ) = 0,25 \cdot \omega_4 \cdot \sin(275,29 + 90^\circ)$$

Уочити да угаона брзина ω_2 има негативан математички смер, па је уврштена вредност $\omega_2 = -10$.

$$0,15752 \cdot \omega_3 - 0,24893 \cdot \omega_4 = -2,54745$$

$$-0,57895 \cdot \omega_3 - 0,02305 \cdot \omega_4 = 1,72073$$

$$\omega_3 = -3,296 \text{ s}^{-1} \quad \omega_4 = 8,148 \text{ s}^{-1}$$

Диференцирањем једначине B по времену и срећивањем добија се једначина C из које се могу израчунати парметри убрзања $\dot{\omega}_3$ и $\dot{\omega}_4$:

$$C: r_2 \omega_2^2 e^{i(\varphi_2 + \pi)} + r_3 \dot{\omega}_3 e^{i(\varphi_3 + \pi/2)} + r_3 \omega_3^2 e^{i(\varphi_3 + \pi)} = r_4 \dot{\omega}_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} + r_4 \omega_4^2 e^{i(\varphi_4 + \pi)} \Rightarrow \dot{\omega}_3, \dot{\omega}_4$$

$$r_2 \omega_2^2 \cos(\varphi_2 + \pi) + r_3 \dot{\omega}_3 \cos(\varphi_3 + \pi/2) + r_3 \omega_3^2 \cos(\varphi_3 + \pi) =$$

$$= r_4 \dot{\omega}_4 \cos(\varphi_4 + \pi/2) + r_4 \omega_4^2 \cos(\varphi_4 + \pi)$$

$$r_2 \omega_2^2 \sin(\varphi_2 + \pi) + r_3 \dot{\omega}_3 \sin(\varphi_3 + \pi/2) + r_3 \omega_3^2 \sin(\varphi_3 + \pi) =$$

$$= r_4 \dot{\omega}_4 \sin(\varphi_4 + \pi/2) + r_4 \omega_4^2 \sin(\varphi_4 + \pi)$$

$$0,3 \cdot (-10)^2 \cdot \cos(55^\circ + 180^\circ) + 0,6 \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \cos(195,22^\circ + 90^\circ) + 0,6 \cdot (-3,296)^2 \cdot$$

$$\cdot \cos(195,22^\circ + 180^\circ) = 0,25 \cdot \dot{\omega}_4 \cdot \cos(275,29^\circ + 90^\circ) + 0,25 \cdot 8,148^2 \cdot \cos(275,29^\circ + 180^\circ)$$

$$\begin{aligned}
 & 0,3 \cdot (-10)^2 \cdot \sin(55^\circ + 180^\circ) + 0,6 \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \sin(195,22^\circ + 90^\circ) + 0,6 \cdot (-3,296)^2 \cdot \\
 & \sin(195,22^\circ + 180^\circ) = 0,25 \cdot \dot{\omega}_4 \cdot \sin(275,29^\circ + 90^\circ) + 0,25 \cdot 8,148^2 \cdot \sin(275,29^\circ + 180^\circ) \\
 & 0,15752 \cdot \omega_3 - 0,24893 \cdot \omega_4 = 9,38751 \\
 & -0,57895 \cdot \omega_3 - 0,02305 \cdot \omega_4 = 39,39015 \\
 & \dot{\omega}_3 = -64,9 \text{ s}^{-2} \quad \dot{\omega}_4 = -78,78 \text{ s}^{-2}
 \end{aligned}$$

Друга контура треба да обухвати остатак механизма. Рецимо, контура $OABEO$.

II контура ($OABEO$)

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_{3B} + \vec{r}_5 = \vec{r}_0$$

$$r_2 e^{i\varphi_2} + r_{3B} e^{i\varphi_{3B}} + r_5 e^{i\varphi_5} = r_0 e^{i\varphi_0}$$

Анализом ове контуре види се да су константне величине r_2 , r_3 , r_0 , φ_0 , а када се узме у обзир да је $\varphi_{3B} = \varphi_3$, што је израчунато, и претходно речено за φ_2 , остају два непозната параметра r_5 и φ_5 .

$$A: r_2 e^{i\varphi_2} + r_{3B} e^{i\varphi_3} + r_5 e^{i\varphi_5} = r_0 e^{i\varphi_0} \Rightarrow r_5, \varphi_5$$

Пројектовањем на осе добија се систем:

$$r_2 \cos \varphi_2 + r_{3B} \cos \varphi_3 + r_5 \cos \varphi_5 = r_0 \cos \varphi_0$$

$$r_2 \sin \varphi_2 + r_{3B} \sin \varphi_3 + r_5 \sin \varphi_5 = r_0 \sin \varphi_0$$

Заменом познатих вредности следи:

$$0,3 \cdot \cos 55^\circ + 0,45 \cdot \cos 195,22^\circ + r_5 \cdot \cos \varphi_5 = 0$$

$$0,3 \cdot \sin 55^\circ + 0,45 \cdot \sin 195,22^\circ + r_5 \cdot \sin \varphi_5 = -0,18$$

Квадирањем и сабирањем горњих једначина елиминише се параметар φ_5 и добија се квадратна једначина по r_5 . Бира се решење у складу са СЛИКОМ:

$$r_5 = 0,405 \text{ m}$$

Угао φ_5 се одређује из било које од горњих двеју једначина:

$$\varphi_5 = 310,44^\circ$$

Диференцирањем по времену једначине A добија се:

$$B: r_2 \omega_2 e^{i(\varphi_2 + \pi/2)} + r_{3B} \omega_3 e^{i(\varphi_3 + \pi/2)} + \dot{r}_5 e^{i\varphi_5} + r_5 \omega_5 e^{i(\varphi_5 + \pi/2)} = 0 \Rightarrow \dot{r}_5, \omega_5$$

са непознатим параметрима \dot{r}_5 и ω_5 .

Пројектовањем на осе се добија:

$$r_2 \omega_2 \cos(\varphi_2 + \pi/2) + r_{3B} \omega_3 \cos(\varphi_3 + \pi/2) + \dot{r}_5 \cos \varphi_5 + r_5 \omega_5 \cos(\varphi_5 + \pi/2) = 0$$

$$r_2 \omega_2 \sin(\varphi_2 + \pi/2) + r_{3B} \omega_3 \sin(\varphi_3 + \pi/2) + \dot{r}_5 \sin \varphi_5 + r_5 \omega_5 \sin(\varphi_5 + \pi/2) = 0$$

$$0,3 \cdot (-10) \cdot \cos(55^\circ + 90^\circ) + 0,45 \cdot (-3,296) \cdot \cos(195,22^\circ + 90^\circ) + \\ + \ddot{r}_5 \cdot \cos 310,44^\circ + r_5 \cdot \omega_5 \cdot \cos(310,44^\circ + 90^\circ) = 0$$

$$0,3 \cdot (-10) \cdot \sin(55^\circ + 90^\circ) + 0,45 \cdot (-3,296) \cdot \sin(195,22^\circ + 90^\circ) + \\ + \ddot{r}_5 \cdot \sin 310,44^\circ + r_5 \cdot \omega_5 \cdot \sin(310,44^\circ + 90^\circ) = 0$$

$$0,64865 \cdot \ddot{r}_5 + 0,30842 \cdot \omega_5 = -2,06808$$

$$-0,76109 \cdot \ddot{r}_5 + 0,26270 \cdot \omega_5 = 0,28955$$

$$\ddot{r}_5 = -1,56 \text{ m/s} \quad \omega_5 = -3,42 \text{ s}^{-1}$$

Диференцирањем по времену једначине B добија се:

$$C: \begin{aligned} & r_2 \omega_2^2 e^{i(\varphi_2+\pi)} + r_{3B} \dot{\omega}_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} + r_{3B} \omega_3^2 e^{i(\varphi_3+\pi)} + \dot{r}_5 e^{i\varphi_5} + 2\dot{r}_5 \omega_5 e^{i(\varphi_5+\pi/2)} + \\ & + r_5 \dot{\omega}_5 e^{i(\varphi_5+\pi/2)} + r_5 \omega_5^2 e^{i(\varphi_5+\pi)} = 0 \end{aligned} \Rightarrow \ddot{r}_5, \dot{\omega}_5$$

са непознатим параметрима \ddot{r}_5 и $\dot{\omega}_5$, а пројектовањем на осе:

$$\begin{aligned} & r_2 \omega_2^2 \cos(\varphi_2 + \pi) + r_{3B} \dot{\omega}_3 \cos(\varphi_3 + \pi/2) + r_{3B} \omega_3^2 \cos(\varphi_3 + \pi) + \\ & + \ddot{r}_5 \cos \varphi_5 + 2\dot{r}_5 \omega_5 \cos(\varphi_5 + \pi/2) + r_5 \dot{\omega}_5 \cos(\varphi_5 + \pi/2) + r_5 \omega_5^2 \cos(\varphi_5 + \pi) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & r_2 \omega_2^2 \sin(\varphi_2 + \pi) + r_{3B} \dot{\omega}_3 \sin(\varphi_3 + \pi/2) + r_{3B} \omega_3^2 \sin(\varphi_3 + \pi) + \\ & + \ddot{r}_5 \sin \varphi_5 + 2\dot{r}_5 \omega_5 \sin(\varphi_5 + \pi/2) + r_5 \dot{\omega}_5 \sin(\varphi_5 + \pi/2) + r_5 \omega_5^2 \sin(\varphi_5 + \pi) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 0,3 \cdot (-10)^2 \cdot \cos(55^\circ + 180^\circ) + 0,45 \cdot (-64,9) \cdot \cos(195,22^\circ + 90^\circ) + 0,45 \cdot (-3,296)^2 \cdot \\ & \cdot \cos(195,22^\circ + 180^\circ) + \ddot{r}_5 \cdot \cos 310,44^\circ + 2 \cdot (-1,56) \cdot (-3,42) \cdot \cos(310,44^\circ + 90^\circ) + \\ & + 0,405 \cdot \dot{\omega}_5 \cdot \cos(310,44^\circ + 90^\circ) + 0,405 \cdot (-3,42)^2 \cdot \cos(310,44^\circ + 180^\circ) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 0,3 \cdot (-10)^2 \cdot \sin(55^\circ + 180^\circ) + 0,45 \cdot (-64,9) \cdot \sin(195,22^\circ + 90^\circ) + 0,45 \cdot (-3,296)^2 \cdot \\ & \cdot \sin(195,22^\circ + 180^\circ) + \ddot{r}_5 \cdot \sin 310,44^\circ + 2 \cdot (-1,56) \cdot (-3,42) \cdot \sin(310,44^\circ + 90^\circ) + \\ & + 0,405 \cdot \dot{\omega}_5 \cdot \sin(310,44^\circ + 90^\circ) + 0,405 \cdot (-3,42)^2 \cdot \sin(310,44^\circ + 180^\circ) = 0 \end{aligned}$$

$$0,64865 \cdot \ddot{r}_5 + 0,30842 \cdot \dot{\omega}_5 = 15,10881$$

$$-0,76109 \cdot \ddot{r}_5 + 0,26270 \cdot \dot{\omega}_5 = -15,04661$$

$$\ddot{r}_5 = 21,25 \text{ m/s}^2 \quad \dot{\omega}_5 = 4,29 \text{ s}^{-2}$$

Када су израчунати кинематички параметри механизма, може се постатити завршна контура за израчунавање положаја, брзине и убрзања одређене тачке. У њој ће фигурисати вектор положаја тражене тачке и вектори коришћени у претходним контурама.

Завршна контура ($OABMO$)

$$\vec{r}_M = \vec{r}_2 + \vec{r}_{3B} + \vec{r}_{5M}$$

Одређивање положаја

$$\vec{r}_M = r_2 e^{i\varphi_2} + r_{3B} e^{i\varphi_3} + r_{5M} e^{i\varphi_5}$$

$$x_M = r_2 \cos \varphi_2 + r_{3B} \cos \varphi_3 + r_{5M} \cos \varphi_5$$

$$y_M = r_2 \sin \varphi_2 + r_{3B} \sin \varphi_3 + r_{5M} \sin \varphi_5$$

$$x_M = 0,3 \cdot \cos 55^\circ + 0,45 \cdot \cos 195,22^\circ + 0,205 \cdot \cos 310,44^\circ$$

$$y_M = 0,3 \cdot \sin 55^\circ + 0,45 \cdot \sin 195,22^\circ + 0,205 \cdot \sin 310,44^\circ$$

$$x_M = -0,129 \text{ m} \quad y_M = -0,028 \text{ m}$$

Одређивање брзине

$$\vec{v}_M = r_2 \omega_2 e^{i(\varphi_2 + \pi/2)} + r_{3B} \omega_3 e^{i(\varphi_3 + \pi/2)} + r_{5M} \omega_5 e^{i(\varphi_5 + \pi/2)}$$

$$v_{Mx} = r_2 \omega_2 \cos(\varphi_2 + \pi/2) + r_{3B} \omega_3 \cos(\varphi_3 + \pi/2) + r_{5M} \omega_5 \cos(\varphi_5 + \pi/2)$$

$$v_{My} = r_2 \omega_2 \sin(\varphi_2 + \pi/2) + r_{3B} \omega_3 \sin(\varphi_3 + \pi/2) + r_{5M} \omega_5 \sin(\varphi_5 + \pi/2)$$

$$v_{Mx} = 0,3 \cdot (-10) \cdot \cos(55^\circ + 90^\circ) + 0,45 \cdot (-3,296) \cdot \cos(195,22^\circ + 90^\circ) + \\ + 0,205 \cdot (-3,42) \cdot \cos(310,44^\circ + 90^\circ)$$

$$v_{My} = 0,3 \cdot (-10) \cdot \sin(55^\circ + 90^\circ) + 0,45 \cdot (-3,296) \cdot \sin(195,22^\circ + 90^\circ) + \\ + 0,205 \cdot (-3,42) \cdot \sin(310,44^\circ + 90^\circ)$$

$$v_{Mx} = 1,53 \text{ m/s} \quad v_{My} = -0,75 \text{ m/s} \quad v_M = \sqrt{v_{Mx}^2 + v_{My}^2} = 1,7 \text{ m/s}$$

Одређивање убрзања

$$\vec{a}_M = r_2 \omega_2^2 e^{i(\varphi_2 + \pi)} + r_{3B} \dot{\omega}_3 e^{i(\varphi_3 + \pi/2)} + r_{3B} \omega_3^2 e^{i(\varphi_3 + \pi)} + r_{5M} \dot{\omega}_5 e^{i(\varphi_5 + \pi/2)} + r_{5M} \omega_5^2 e^{i(\varphi_5 + \pi)}$$

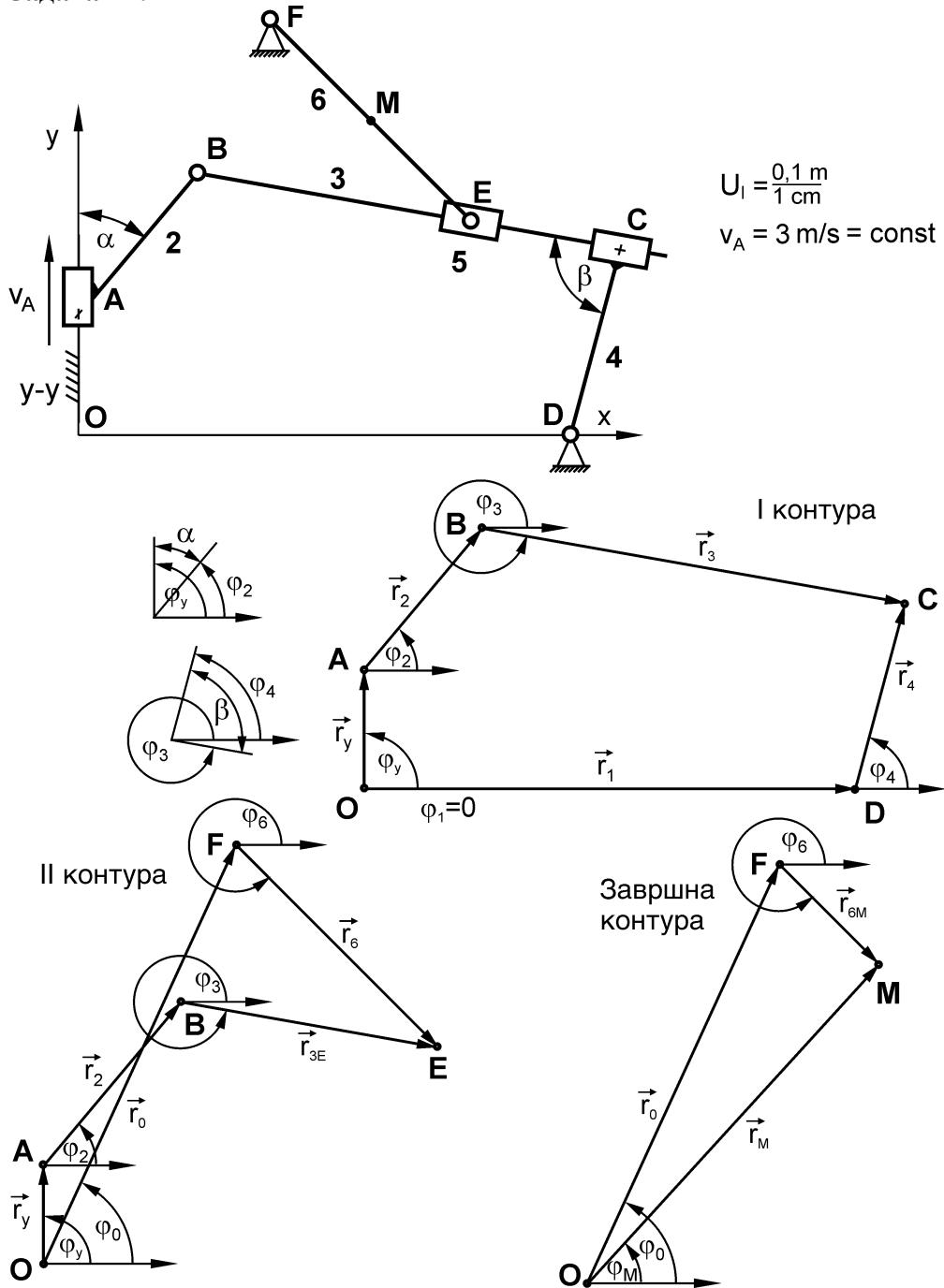
$$a_{Mx} = r_2 \omega_2^2 \cos(\varphi_2 + \pi) + r_{3B} \dot{\omega}_3 \cos(\varphi_3 + \pi/2) + r_{3B} \omega_3^2 \cos(\varphi_3 + \pi) + \\ + r_{5M} \dot{\omega}_5 \cos(\varphi_5 + \pi/2) + r_{5M} \omega_5^2 \cos(\varphi_5 + \pi)$$

$$a_{My} = r_2 \omega_2^2 \sin(\varphi_2 + \pi) + r_{3B} \dot{\omega}_3 \sin(\varphi_3 + \pi/2) + r_{3B} \omega_3^2 \sin(\varphi_3 + \pi) + \\ + r_{5M} \dot{\omega}_5 \sin(\varphi_5 + \pi/2) + r_{5M} \omega_5^2 \sin(\varphi_5 + \pi)$$

$$a_{Mx} = 0,3 \cdot (-10)^2 \cdot \cos(55^\circ + 180^\circ) + 0,45 \cdot (-64,9) \cdot \cos(195,22^\circ + 90^\circ) + \\ + 0,45 \cdot (-3,296)^2 \cdot \cos(195,22^\circ + 180^\circ) + \\ + 0,205 \cdot 4,29 \cdot \cos(310,44^\circ + 90^\circ) + 0,205 \cdot (-3,42)^2 \cdot \cos(310,44^\circ + 180^\circ)$$

$$a_{My} = 0,3 \cdot (-10)^2 \cdot \sin(55^\circ + 180^\circ) + 0,45 \cdot (-64,9) \cdot \sin(195,22^\circ + 90^\circ) + \\ + 0,45 \cdot (-3,296)^2 \cdot \sin(195,22^\circ + 180^\circ) + \\ + 0,205 \cdot 4,29 \cdot \sin(310,44^\circ + 90^\circ) + 0,205 \cdot (-3,42)^2 \cdot \sin(310,44^\circ + 180^\circ)$$

$$a_{Mx} = -21,04 \text{ m/s}^2 \quad a_{My} = 7,3 \text{ m/s}^2 \quad a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2} = 22,27 \text{ m/s}$$

Задатак 2.2

За механизам приказан на слици аналитичком методом - методом комплексног броја одредити положај, брзину и убрзање тачке M . Задата је брзина тачке A , која је константна.

Решење:

Прва контура се поставља на следећи начин:

I контура ($OABCD$)

$$\vec{r}_y + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = \vec{r}_1 + \vec{r}_4$$

Обратити пажњу да се у случају транслаторног кретања погоњског члана контура започиње из непокретне тачке O која не припада механизму. Имајући у виду ознаке углова положаја и Ојлеров начин писања вектора горња једначина добија следећи облик:

$$r_y e^{i\varphi_y} + r_2 e^{i\varphi_2} + r_3 e^{i\varphi_3} = r_1 e^{i\varphi_1} + r_4 e^{i\varphi_4}$$

Потребно је проверити да ли у овој једначини постоје само два непозната параметра. Са слике се види да су φ_y , r_2 , r_1 , φ_1 и r_4 константни, што значи познати. Вредност r_y није константна, али се може израчунати у сваком тренутку коришћењем познате брзине $\dot{r}_y = v_A$. Угао φ_2 се може представити као $\varphi_2 = \varphi_y - \alpha$. Како су φ_y и α константни следи да је и угао φ_2 константан. Имајући у виду да је угао β константан (веза заваром између полуге CD и клизача) углови φ_3 и φ_4 су зависни, па је $\varphi_4 = \varphi_3 + \beta - 2\pi$. Ова веза се назива геометријска веза и њеним коришћењем се елиминише једна непозната величина, у овом случају φ_4 . На основу овога остају две непознате величине: r_3 и φ_3 .

$$A: r_y e^{i\varphi_y} + r_2 e^{i(\varphi_y - \alpha)} + r_3 e^{i\varphi_3} = r_1 e^{i\varphi_1} + r_4 e^{i(\varphi_3 + \beta - 2\pi)} \Rightarrow r_3, \varphi_3$$

Пројектовањем горње једначине на координатне осе - x и y добија се систем тригонометријских једначина:

$$r_y \cos \varphi_y + r_y \cos(\varphi_y - \alpha) + r_3 \cos \varphi_3 = r_1 \cos \varphi_1 + r_4 \cos(\varphi_3 + \beta - 2\pi)$$

$$r_y \sin \varphi_y + r_y \sin(\varphi_y - \alpha) + r_3 \sin \varphi_3 = r_1 \sin \varphi_1 + r_4 \sin(\varphi_3 + \beta - 2\pi)$$

Пошто се траже бројне вредности кинематичких параметара за тренутак приказан на слици, за r_y уврштава се вредност 0,17 m (измерено са слике). Заменом вредности у горње једначине добија се:

$$0 + 0,26 \cdot \cos(90^\circ - 40^\circ) + r_3 \cdot \cos \varphi_3 = 0,69 + 0,27 \cdot \cos(\varphi_3 - 275^\circ)$$

$$0,17 + 0,26 \cdot \sin(90^\circ - 40^\circ) + r_3 \cdot \sin \varphi_3 = 0 + 0,27 \cdot \sin(\varphi_3 - 275^\circ)$$

Елиминацијом r_3 из горњих једначина добија се једначина по φ_3 :

$$0,36917 \cdot \cos \varphi_3 + 0,52287 \cdot \sin \varphi_3 - 0,26897 = 0$$

Решавањем се добија квадратна једначина по $\sin \varphi_3$ која даје две вредности за $\sin \varphi_3$, односно четири вредности за φ_3 . Изабраће се вредност која одговара положају механизма са слике:

$$\varphi_3 = 195,22^\circ$$

Коришћењем геометријске везе добија се:

$$\varphi_4 = 74,49^\circ \quad \text{а затим и} \quad r_3 = 0,605 \text{ m}$$

Да би се добили параметри брзине потребно је једначину A диференцирати по времену. Сређивањем диференциране једначине добија се:

$$B: \dot{r}_y e^{i\varphi_y} + \dot{r}_3 e^{i\varphi_3} + r_3 \omega_3 e^{i(\varphi_3 + \pi/2)} = r_4 \omega_3 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} \Rightarrow \dot{r}_3, \omega_3$$

И ово је векторска једначина чијим пројектовањем се добија систем линеарних једначина из којих се рачунају \dot{r}_3 и ω_3 :

$$\dot{r}_y \cos \varphi_y + \dot{r}_3 \cos \varphi_3 + r_3 \omega_3 \cos(\varphi_3 + \pi/2) = r_4 \omega_3 \cos(\varphi_4 + \pi/2)$$

$$\dot{r}_y \sin \varphi_y + \dot{r}_3 \sin \varphi_3 + r_3 \omega_3 \sin(\varphi_3 + \pi/2) = r_4 \omega_3 \sin(\varphi_4 + \pi/2)$$

$$0 + \dot{r}_3 \cdot \cos 349,49^\circ + 0,605 \cdot \omega_3 \cdot \cos(349,49^\circ + 90^\circ) = 0,27 \cdot \omega_3 \cdot \cos(74,49^\circ + 90^\circ)$$

$$3 + \dot{r}_3 \cdot \sin 349,49^\circ + 0,605 \cdot \omega_3 \cdot \sin(349,49^\circ + 90^\circ) = 0,27 \cdot \omega_3 \cdot \sin(74,49^\circ + 90^\circ)$$

$$0,98322 \cdot \dot{r}_3 + 0,37052 \cdot \omega_3 = 0$$

$$-0,18240 \cdot \dot{r}_3 + 0,52226 \cdot \omega_3 = -3$$

$$\omega_3 = -5,08 \text{ s}^{-1} \quad \dot{r}_3 = 1,91 \text{ m/s}$$

Диференцирањем једначине B по времену и сређивањем добија се једначина C из које се могу израчунати параметри убрзања \ddot{r}_3 и $\dot{\omega}_3$:

$$C: \ddot{r}_3 e^{i\varphi_3} + 2\dot{r}_3 \omega_3 e^{i(\varphi_3 + \pi/2)} + r_3 \dot{\omega}_3 e^{i(\varphi_3 + \pi/2)} + r_3 \omega_3^2 e^{i(\varphi_3 + \pi)} = \\ = r_4 \dot{\omega}_3 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} + r_4 \omega_3^2 e^{i(\varphi_4 + \pi)} \Rightarrow \ddot{r}_3, \dot{\omega}_3$$

$$\ddot{r}_3 \cos \varphi_3 + 2\dot{r}_3 \omega_3 \cos(\varphi_3 + \pi/2) + r_3 \dot{\omega}_3 \cos(\varphi_3 + \pi/2) + r_3 \omega_3^2 \cos(\varphi_3 + \pi) =$$

$$= r_4 \dot{\omega}_3 \cos(\varphi_4 + \pi/2) + r_4 \omega_3^2 \cos(\varphi_4 + \pi)$$

$$\ddot{r}_3 \sin \varphi_3 + 2\dot{r}_3 \omega_3 \sin(\varphi_3 + \pi/2) + r_3 \dot{\omega}_3 \sin(\varphi_3 + \pi/2) + r_3 \omega_3^2 \sin(\varphi_3 + \pi) =$$

$$= r_4 \dot{\omega}_3 \sin(\varphi_4 + \pi/2) + r_4 \omega_3^2 \sin(\varphi_4 + \pi)$$

$$\ddot{r}_3 \cdot \cos 349,49^\circ + 2 \cdot 1,91 \cdot (-5,08) \cdot \cos(349,49^\circ + 90^\circ) +$$

$$+ 0,605 \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \cos(349,49^\circ + 90^\circ) + 0,605 \cdot (-5,08)^2 \cdot \cos(349,49^\circ + 180^\circ) =$$

$$= 0,27 \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \cos(74,49^\circ + 90^\circ) + 0,27 \cdot (-5,08)^2 \cdot \cos(74,49^\circ + 180^\circ)$$

$$\begin{aligned}\ddot{r}_3 \cdot \sin 349,49^\circ + 2 \cdot 1,91 \cdot (-5,08) \cdot \sin(349,49^\circ + 90^\circ) + \\ + 0,605 \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \sin(349,49^\circ + 90^\circ) + 0,605 \cdot (-5,08)^2 \cdot \sin(349,49^\circ + 180^\circ) = \\ = 0,27 \cdot \dot{\omega}_3 \cdot \sin(74,49^\circ + 90^\circ) + 0,27 \cdot (-5,08)^2 \cdot \sin(74,49^\circ + 180^\circ)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0,98322 \cdot \ddot{r}_3 + 0,37052 \cdot \dot{\omega}_3 = 17,086 \\ - 0,18240 \cdot \ddot{r}_3 + 0,52226 \cdot \dot{\omega}_3 = 8,63695 \\ \dot{\omega}_3 = 19,98 \text{ s}^{-2} \quad \ddot{r}_3 = 9,85 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

Друга контура треба да обухвати остатак механизма. Покушаје се са контуром *OABEFO*.

II контура (*OABEFO*)

$$\vec{r}_y + \vec{r}_2 + \vec{r}_{3E} = \vec{r}_0 + \vec{r}_6$$

$$r_y e^{i\varphi_y} + r_2 e^{i\varphi_2} + r_{3E} e^{i\varphi_{3E}} = r_0 e^{i\varphi_0} + r_6 e^{i\varphi_6}$$

Анализом ове контуре види се да су константне величине φ_y , r_2 , r_0 , φ_0 и r_6 . Када се узме у обзир претходно речено за r_y , φ_2 , и да је $\varphi_{3E} = \varphi_3$, остају два непозната параметра r_{3E} и φ_6 .

$$A: r_y e^{i\varphi_y} + r_2 e^{i(\varphi_y - \alpha)} + r_{3E} e^{i\varphi_3} = r_0 e^{i\varphi_0} + r_6 e^{i\varphi_6} \Rightarrow r_{3E}, \varphi_6$$

Пројектовањем на осе добија се систем:

$$r_y \cos \varphi_y + r_2 \cos(\varphi_y - \alpha) + r_{3E} \cos \varphi_3 = r_0 \cos \varphi_0 + r_6 \cos \varphi_6$$

$$r_y \sin \varphi_y + r_2 \sin(\varphi_y - \alpha) + r_{3E} \sin \varphi_3 = r_0 \sin \varphi_0 + r_6 \sin \varphi_6$$

Заменом познатих вредности следи:

$$0 + 0,26 \cdot \cos(90^\circ - 40^\circ) + r_{3E} \cdot \cos 349,49^\circ = 0,27 + 0,4 \cdot \cos \varphi_6$$

$$0,17 + 0,26 \cdot \sin(90^\circ - 40^\circ) + r_{3E} \cdot \sin 349,49^\circ = 0,585 + 0,4 \cdot \sin \varphi_6$$

Квадирањем и сабирањем горњих једначина елиминише се параметар φ_6 и добија се квадратна једначина по r_{3E} .

$$r_{3E}^2 - 0,12355 \cdot r_{3E} - 0,10284 = 0$$

Бира се решење у складу са сликом:

$$r_{3E} = 0,388 \text{ m}$$

Угао φ_6 се одређује из било које од горњих двеју једначина:

$$\varphi_6 = 314,15^\circ$$

Диференцирањем по времену једначине *A* добија се:

$$B: \dot{r}_y e^{i\varphi_y} + \dot{r}_{3E} e^{i\varphi_3} + r_{3E} \omega_3 e^{i(\varphi_3 + \pi/2)} = r_6 \omega_6 e^{i(\varphi_6 + \pi/2)} \Rightarrow \dot{r}_{3E}, \omega_6$$

са непознатим параметрима \dot{r}_{3E} и ω_6 , а пројектовањем на осе:

$$\dot{r}_y \cos \varphi_y + \dot{r}_{3E} \cos \varphi_3 + r_{3E} \omega_3 \cos(\varphi_3 + \pi/2) = r_6 \omega_6 \cos(\varphi_6 + \pi/2)$$

$$\dot{r}_y \sin \varphi_y + \dot{r}_{3E} \sin \varphi_3 + r_{3E} \omega_3 \sin(\varphi_3 + \pi/2) = r_6 \omega_6 \sin(\varphi_6 + \pi/2)$$

$$0 + \dot{r}_{3E} \cos 349,49^\circ + 0,388 \cdot (-5,08) \cdot \cos(349,49^\circ + 90^\circ) = 0,4 \cdot \omega_6 \cdot \cos(314,15^\circ + 90^\circ)$$

$$3 + \dot{r}_{3E} \sin 349,49^\circ + 0,388 \cdot (-5,08) \cdot \sin(349,49^\circ + 90^\circ) = 0,4 \cdot \omega_6 \cdot \sin(314,15^\circ + 90^\circ)$$

$$0,98322 \cdot \dot{r}_{3E} - 0,28701 \cdot \omega_6 = 0,35953$$

$$-0,18240 \cdot \dot{r}_{3E} - 0,27861 \cdot \omega_3 = -1,06203$$

$$\omega_6 = 2,99 \text{ s}^{-1} \quad \dot{r}_{3E} = 1,24 \text{ m/s}$$

Диференцирањем по времену једначине B добија се:

$$\begin{aligned} C: \quad & \ddot{r}_{3E} e^{i\varphi_3} + 2\dot{r}_{3E} \omega_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} + r_{3E} \dot{\omega}_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} + r_{3E} \omega_3^2 e^{i(\varphi_3+\pi)} = \\ & = r_6 \dot{\omega}_6 e^{i(\varphi_6+\pi/2)} + r_6 \omega_6^2 e^{i(\varphi_6+\pi)} \end{aligned} \Rightarrow \ddot{r}_{3E}, \dot{\omega}_6$$

са непознатим параметрима \ddot{r}_{3E} и $\dot{\omega}_6$, а пројектовањем на осе:

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{3E} \cos \varphi_3 + 2\dot{r}_{3E} \omega_3 \cos(\varphi_3 + \pi/2) + r_{3E} \dot{\omega}_3 \cos(\varphi_3 + \pi/2) + r_{3E} \omega_3^2 \cos(\varphi_3 + \pi) = \\ = r_6 \dot{\omega}_6 \cos(\varphi_6 + \pi/2) + r_6 \omega_6 \cos(\varphi_6 + \pi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{3E} \sin \varphi_3 + 2\dot{r}_{3E} \omega_3 \sin(\varphi_3 + \pi/2) + r_{3E} \dot{\omega}_3 \sin(\varphi_3 + \pi/2) + r_{3E} \omega_3^2 \sin(\varphi_3 + \pi) = \\ = r_6 \dot{\omega}_6 \sin(\varphi_6 + \pi/2) + r_6 \omega_6 \sin(\varphi_6 + \pi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{3E} \cdot \cos 349,49^\circ + 2 \cdot 1,24 \cdot (-5,08) \cdot \cos(349,49^\circ + 90^\circ) + \\ + 0,388 \cdot 19,98 \cdot \cos(349,49^\circ + 90^\circ) + 0,388 \cdot (-5,08)^2 \cdot \cos(349,49^\circ + 180^\circ) = \\ = 0,4 \cdot \dot{\omega}_6 \cdot \cos(314,15^\circ + 90^\circ) + 0,4 \cdot 2,99^2 \cdot \cos(314,15^\circ + 180^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{3E} \cdot \sin 349,49^\circ + 2 \cdot 1,24 \cdot (-5,08) \cdot \sin(349,49^\circ + 90^\circ) + \\ + 0,388 \cdot 19,98 \cdot \sin(349,49^\circ + 90^\circ) + 0,388 \cdot (-5,08)^2 \cdot \sin(349,49^\circ + 180^\circ) = \\ = 0,4 \cdot \dot{\omega}_6 \cdot \sin(314,15^\circ + 90^\circ) + 0,4 \cdot 2,99^2 \cdot \sin(314,15^\circ + 180^\circ) \end{aligned}$$

$$0,98322 \cdot \ddot{r}_{3E} - 0,28701 \cdot \dot{\omega}_6 = 8,23802$$

$$-0,18240 \cdot \ddot{r}_{3E} - 0,27861 \cdot \dot{\omega}_6 = -6,90587$$

$$\dot{\omega}_6 = -21,2 \text{ s}^{-2} \quad \ddot{r}_{3E} = 2,19 \text{ m/s}$$

Када су израчунати параметри механизма, може се поставити завршна контура за израчунање положаја, брзине и убрзања тачке M . Као што се види у овом случају, може се користити и вектор који није био коришћен у претходним контурама (\vec{r}_{6M}), ако су његови параметри познати (r_{6M}) или претходно одређени (φ_6).

Завршна контура (OMFO)

$$\vec{r}_M = \vec{r}_0 + \vec{r}_{6M}$$

Одређивање положаја

$$\vec{r}_M = r_0 e^{i\varphi_0} + r_{6M} e^{i\varphi_6}$$

$$x_M = r_0 \cos \varphi_0 + r_{6M} \cos \varphi_6$$

$$y_M = r_0 \sin \varphi_0 + r_{6M} \sin \varphi_6$$

$$x_M = 0,27 + 0,2 \cdot \cos 314,15^\circ$$

$$y_M = 0,585 + 0,2 \cdot \sin 314,15^\circ$$

$$x_M = 0,409 \text{ m} \quad y_M = 0,441 \text{ m}$$

Одређивање брзине

$$\vec{v}_M = r_{6M} \omega_6 e^{i(\varphi_6 + \pi/2)}$$

$$v_{Mx} = r_{6M} \omega_6 \cos(\varphi_6 + \pi/2)$$

$$v_{My} = r_{6M} \omega_6 \sin(\varphi_6 + \pi/2)$$

$$v_{Mx} = 0,2 \cdot 2,99 \cdot \cos(314,15^\circ + 90^\circ)$$

$$v_{My} = 0,2 \cdot 2,99 \cdot \sin(314,15^\circ + 90^\circ)$$

$$v_{Mx} = 0,429 \text{ m/s} \quad v_{My} = 0,4165 \text{ m/s}$$

$$v_M = \sqrt{v_{Mx}^2 + v_{My}^2} = \sqrt{0,429^2 + 0,4165^2} = 0,598 \text{ m/s}$$

Одређивање убрзаша

$$\vec{a}_M = r_{6M} \dot{\omega}_6 e^{i(\varphi_6 + \pi/2)} + r_{6M} \omega_6^2 e^{i(\varphi_6 + \pi)}$$

$$a_{Mx} = r_{6M} \dot{\omega}_6 \cos(\varphi_6 + \pi/2) + r_{6M} \omega_6^2 \cos(\varphi_6 + \pi)$$

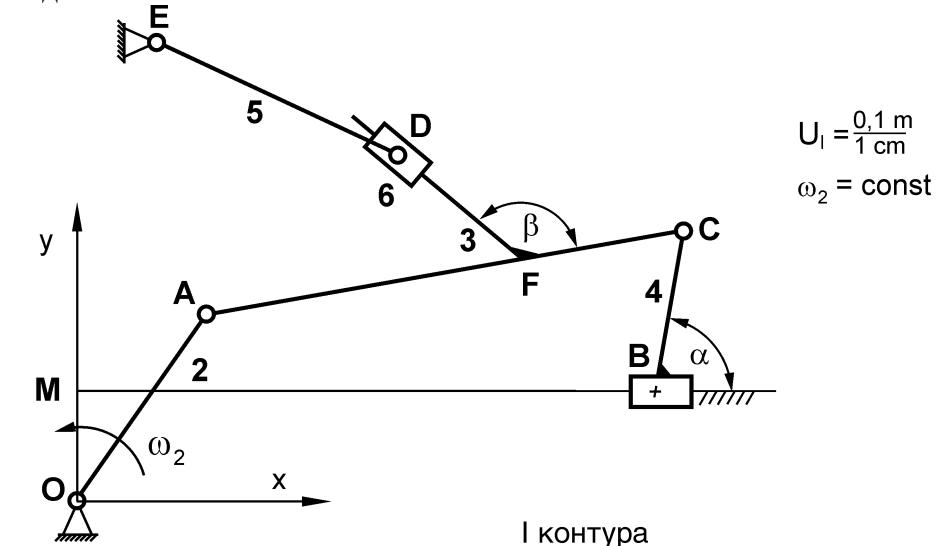
$$a_{My} = r_{6M} \dot{\omega}_6 \sin(\varphi_6 + \pi/2) + r_{6M} \omega_6^2 \sin(\varphi_6 + \pi)$$

$$a_{Mx} = 0,2 \cdot (-21,2) \cdot \cos(314,15^\circ + 90^\circ) + 0,2 \cdot 2,99^2 \cdot \cos(314,15^\circ + 180^\circ)$$

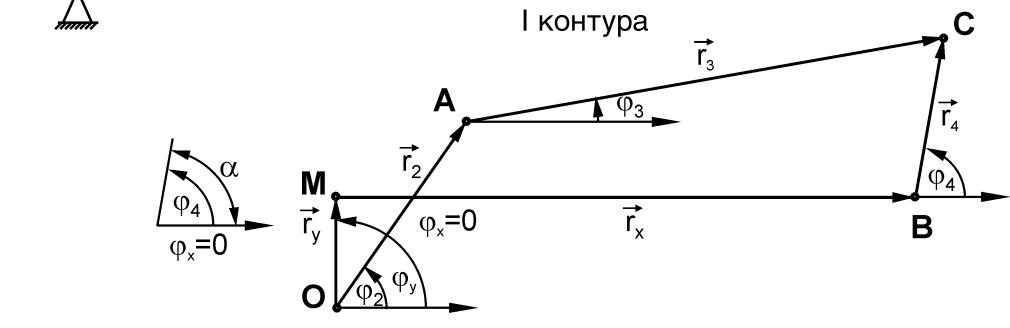
$$a_{My} = 0,2 \cdot (-21,2) \cdot \sin(314,15^\circ + 90^\circ) + 0,2 \cdot 2,99^2 \cdot \sin(314,15^\circ + 180^\circ)$$

$$a_{Mx} = -4,29 \text{ m/s}^2 \quad a_{My} = -1,67 \text{ m/s}^2$$

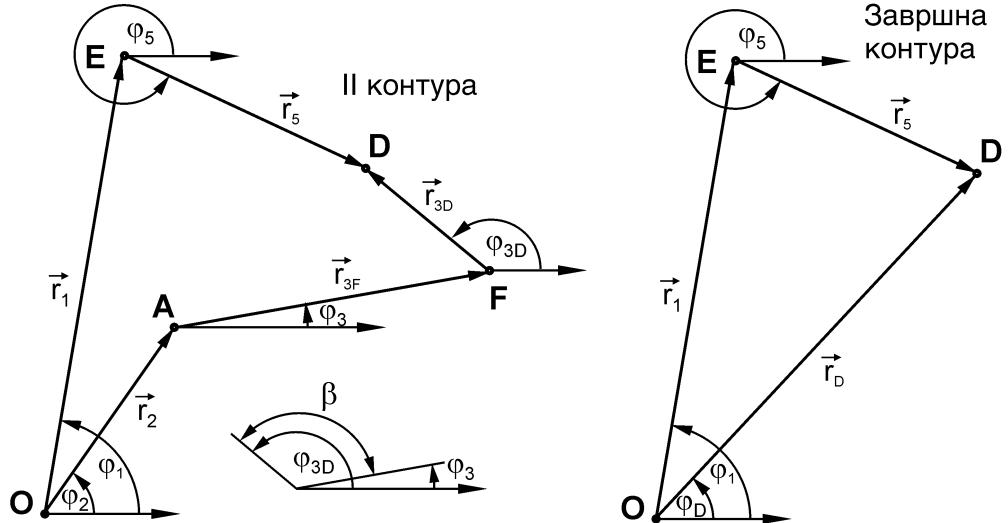
$$a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2} = \sqrt{(-4,29)^2 + (-1,67)^2} = 4,6 \text{ m/s}^2$$

Задатак 2.3

I контура



II контура



Завршна контура

За механизам приказан на слици, користећи методу комплексног броја:

- поставити векторске контуре
 - написати сређене једначине за рачунање кинематичких параметара
 - написати једначине за одређивање положаја, брзине и убрзања тачке D
- Задата је угаона брзина члана 2, која је константна.

Контура I ($OACBMO$)

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_3 = \vec{r}_y + \vec{r}_x + \vec{r}_4 \quad \varphi_4 = \varphi_x + \alpha$$

$$r_2 e^{i\varphi_2} + r_3 e^{i\varphi_3} = r_y e^{i\varphi_y} + r_x e^{i\varphi_x} + r_4 e^{i\varphi_4}$$

($r_2, r_3, r_y, \varphi_y, \varphi_x, r_4$ и α су константни)

A. $r_2 e^{i\varphi_2} + r_3 e^{i\varphi_3} = r_y e^{i\varphi_y} + r_x e^{i\varphi_x} + r_4 e^{i(\varphi_x + \alpha)}$	$\Rightarrow r_x, \varphi_3$
B. $r_2 \omega_2 e^{i(\varphi_2 + \pi/2)} + r_3 \omega_3 e^{i(\varphi_3 + \pi/2)} = \dot{r}_x e^{i\varphi_x}$	$\Rightarrow \dot{r}_x, \omega_3$
C. $r_2 \omega_2^2 e^{i(\varphi_2 + \pi)} + r_3 \dot{\omega}_3 e^{i(\varphi_3 + \pi/2)} + r_3 \omega_3^2 e^{i(\varphi_3 + \pi)} = \ddot{r}_x e^{i\varphi_x}$	$\Rightarrow \ddot{r}_x, \dot{\omega}_3$

Контура II ($OAFDEO$)

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_{3F} + \vec{r}_{3D} = \vec{r}_l + \vec{r}_5 \quad \varphi_{3F} = \varphi_3$$

$$r_2 e^{i\varphi_2} + r_{3F} e^{i\varphi_{3F}} + r_{3D} e^{i\varphi_{3D}} = r_l e^{i\varphi_l} + r_5 e^{i\varphi_5} \quad \varphi_{3D} = \varphi_3 + \beta$$

($r_2, r_{3F}, \beta, r_l, \varphi_l$ и r_5 су константни)

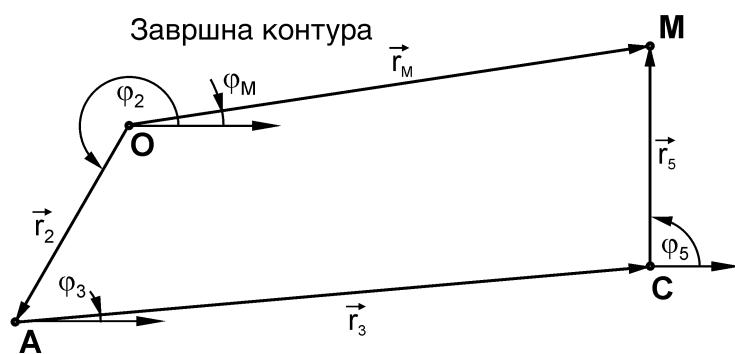
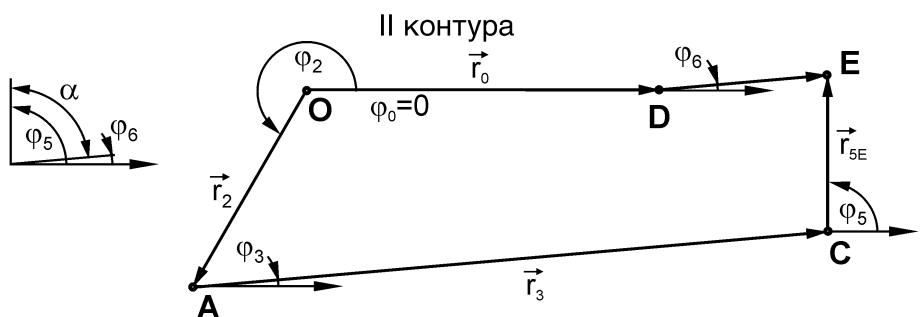
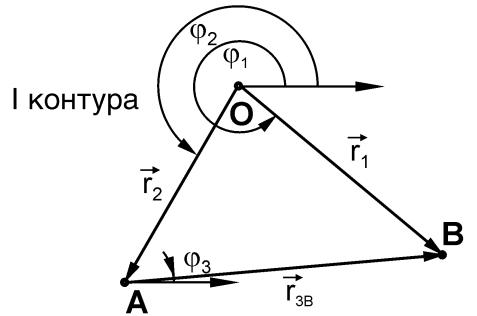
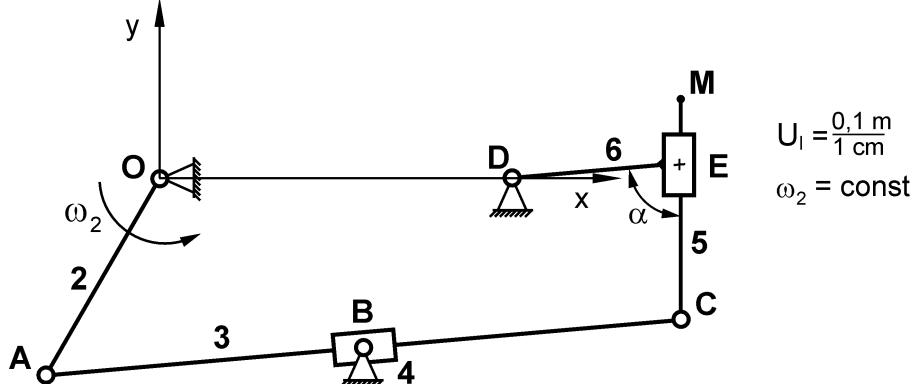
A. $r_2 e^{i\varphi_2} + r_{3F} e^{i\varphi_{3F}} + r_{3D} e^{i(\varphi_3 + \beta)} = r_l e^{i\varphi_l} + r_5 e^{i\varphi_5}$	$\Rightarrow r_{3D}, \varphi_5$
B. $r_2 \omega_2 e^{i(\varphi_2 + \pi/2)} + r_{3F} \omega_3 e^{i(\varphi_3 + \pi/2)} + \dot{r}_{3D} e^{i(\varphi_3 + \beta)} + r_{3D} \omega_3 e^{i(\varphi_3 + \beta + \pi/2)} = r_5 \omega_5 e^{i(\varphi_5 + \pi/2)}$	$\Rightarrow \dot{r}_{3D}, \omega_5$
C. $r_2 \omega_2^2 e^{i(\varphi_2 + \pi)} + r_{3F} \dot{\omega}_3 e^{i(\varphi_3 + \pi/2)} + r_{3F} \omega_3^2 e^{i(\varphi_3 + \pi)} + \ddot{r}_{3D} e^{i(\varphi_3 + \beta)} + 2\dot{r}_{3D} \omega_3 e^{i(\varphi_3 + \beta + \pi/2)} + r_{3D} \dot{\omega}_3 e^{i(\varphi_3 + \beta + \pi/2)} + r_{3D} \omega_3^2 e^{i(\varphi_3 + \beta + \pi)} = r_5 \dot{\omega}_5 e^{i(\varphi_5 + \pi/2)} + r_5 \omega_5^2 e^{i(\varphi_5 + \pi)}$	$\Rightarrow \ddot{r}_{3D}, \dot{\omega}_5$

Завршна контура ($ODEO$)

$$\vec{r}_D = \vec{r}_l + \vec{r}_5$$

$$\vec{r}_D = r_l e^{i\varphi_l} + r_5 e^{i\varphi_5}$$

A. $\vec{r}_D = r_l e^{i\varphi_l} + r_5 e^{i\varphi_5}$
B. $\vec{v}_D = r_5 \omega_5 e^{i(\varphi_5 + \pi/2)}$
C. $\vec{a}_D = r_5 \dot{\omega}_5 e^{i(\varphi_5 + \pi/2)} + r_5 \omega_5^2 e^{i(\varphi_5 + \pi)}$

Задатак 2.4

За механизам приказан на слици, користећи методу комплексног броја:

- поставити векторске контуре
 - написати сређене једначине за рачунање кинематичких параметара
 - написати једначине за одређивање положаја, брзине и убрзања тачке M
- Задата је угаона брзина члана 2, која је константна.

Контура I ($OABO$)

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_{3B} = \vec{r}_1 \quad \varphi_{3B} = \varphi_3$$

$$r_2 e^{i\varphi_2} + r_{3B} e^{i\varphi_{3B}} = r_1 e^{i\varphi_1}$$

(r_2, r_1 и φ_1 су константни)

$$A. \quad r_2 e^{i\varphi_2} + r_{3B} e^{i\varphi_3} = r_1 e^{i\varphi_1}$$

$$\Rightarrow r_{3B}, \varphi_3$$

$$B. \quad r_2 \omega_2 e^{i(\varphi_2+\pi/2)} + \dot{r}_{3B} e^{i\varphi_3} + r_{3B} \omega_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} = 0$$

$$\Rightarrow \dot{r}_{3B}, \omega_3$$

$$C. \quad r_2 \omega_2^2 e^{i(\varphi_2+\pi)} + \ddot{r}_{3B} e^{i\varphi_3} + 2\dot{r}_{3B} \omega_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} + r_{3B} \dot{\omega}_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} + r_{3B} \omega_3^2 e^{i(\varphi_3+\pi)} = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{r}_{3B}, \dot{\omega}_3$$

Контура II ($OACEDO$)

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_{5E} = \vec{r}_0 + \vec{r}_6 \quad \varphi_6 = \varphi_5 - \alpha$$

$$r_2 e^{i\varphi_2} + r_3 e^{i\varphi_3} + r_{5E} e^{i\varphi_{5E}} = r_0 e^{i\varphi_0} + r_6 e^{i\varphi_6} \quad \varphi_{5E} = \varphi_5$$

($r_2, r_3, r_0, \varphi_0, r_6$ и α су константни)

$$A. \quad r_2 e^{i\varphi_2} + r_3 e^{i\varphi_3} + r_{5E} e^{i\varphi_5} = r_0 e^{i\varphi_0} + r_6 e^{i(\varphi_5-\alpha)}$$

$$\Rightarrow r_{5E}, \varphi_5$$

$$B. \quad r_2 \omega_2 e^{i(\varphi_2+\pi/2)} + r_3 \omega_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} + \dot{r}_{5E} e^{i\varphi_5} + r_{5E} \omega_5 e^{i(\varphi_5+\pi/2)} = r_6 \omega_5 e^{i(\varphi_5-\alpha+\pi/2)}$$

$$\Rightarrow \dot{r}_{5E}, \omega_5$$

$$r_2 \omega_2^2 e^{i(\varphi_2+\pi)} + r_3 \dot{\omega}_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} + r_3 \omega_3^2 e^{i(\varphi_3+\pi)} +$$

$$C. \quad + \ddot{r}_{5E} e^{i\varphi_5} + 2\dot{r}_{5E} \omega_5 e^{i(\varphi_5+\pi/2)} + r_{5E} \dot{\omega}_5 e^{i(\varphi_5+\pi/2)} + r_{5E} \omega_5^2 e^{i(\varphi_5+\pi)} = \quad \Rightarrow \ddot{r}_{5E}, \dot{\omega}_5$$

$$= r_6 \dot{\omega}_5 e^{i(\varphi_5-\alpha+\pi/2)} + r_6 \omega_5^2 e^{i(\varphi_5-\alpha+\pi)}$$

Завршна контура ($OACMO$)

$$\vec{r}_M = \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_5$$

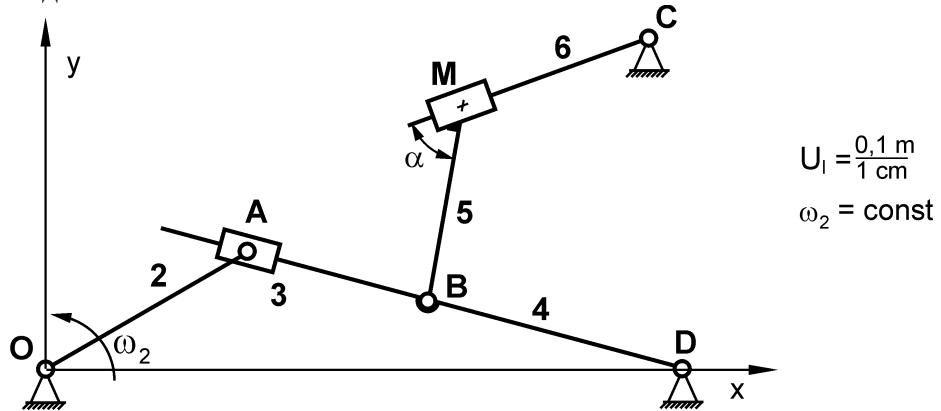
$$\vec{r}_M = r_2 e^{i\varphi_2} + r_3 e^{i\varphi_3} + r_5 e^{i\varphi_5}$$

$$A. \quad \vec{r}_M = r_2 e^{i\varphi_2} + r_3 e^{i\varphi_3} + r_5 e^{i\varphi_5}$$

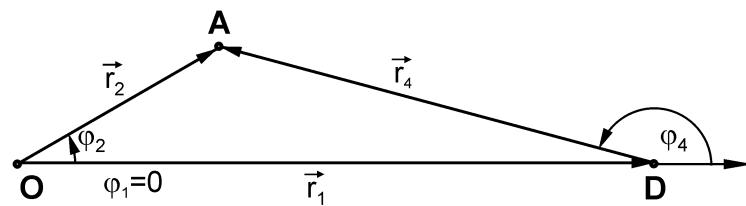
$$B. \quad \vec{v}_M = r_2 \omega_2 e^{i(\varphi_2+\pi/2)} + r_3 \omega_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} + r_5 \omega_5 e^{i(\varphi_5+\pi/2)}$$

$$C. \quad \vec{a}_M = r_2 \omega_2^2 e^{i(\varphi_2+\pi)} + r_3 \dot{\omega}_3 e^{i(\varphi_3+\pi/2)} + r_3 \omega_3^2 e^{i(\varphi_3+\pi)} + r_5 \dot{\omega}_5 e^{i(\varphi_5+\pi/2)} + r_5 \omega_5^2 e^{i(\varphi_5+\pi)}$$

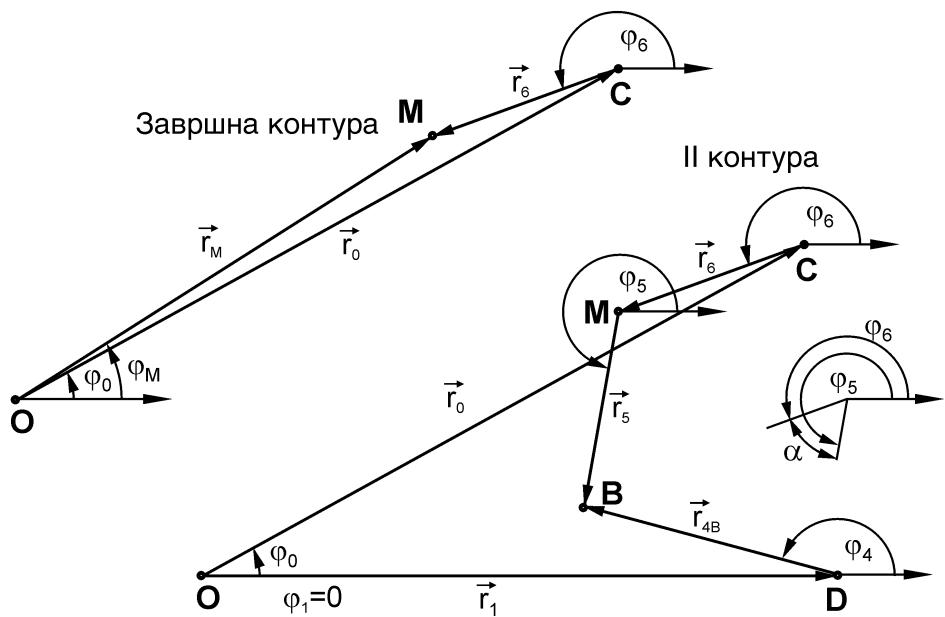
Задатак 2.5



I контура



Завршна контура



За механизам приказан на слици, користећи методу комплексног броја:

- поставити векторске контуре
 - написати сређене једначине за рачунање кинематичких параметара
 - написати једначине за одређивање положаја, брзине и убрзања тачке M
- Задата је угаона брзина члана 2, која је константна.

Контура I (*OADO*)

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{r}_4$$

$$r_2 e^{i\varphi_2} = r_1 e^{i\varphi_1} + r_4 e^{i\varphi_4}$$

(r_2, r_1 и φ_1 су константни)

$$A. \quad r_2 e^{i\varphi_2} = r_1 e^{i\varphi_1} + r_4 e^{i\varphi_4}$$

$$\Rightarrow r_4, \varphi_4$$

$$B. \quad r_2 \omega_2 e^{i(\varphi_2 + \pi/2)} = \dot{r}_4 e^{i\varphi_4} + r_4 \omega_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)}$$

$$\Rightarrow \dot{r}_4, \omega_4$$

$$C. \quad r_2 \omega_2^2 e^{i(\varphi_2 + \pi)} = \ddot{r}_4 e^{i\varphi_4} + 2\dot{r}_4 \omega_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} + r_4 \dot{\omega}_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} + r_4 \omega_4^2 e^{i(\varphi_4 + \pi)}$$

$$\Rightarrow \ddot{r}_4, \dot{\omega}_4$$

Контура II (*ODBMCO*)

$$\varphi_{4B} = \varphi_4$$

$$\vec{r}_0 + \vec{r}_6 + \vec{r}_5 = \vec{r}_1 + \vec{r}_{4B}$$

$$\varphi_5 = \varphi_6 + \alpha$$

$$r_0 e^{i\varphi_0} + r_6 e^{i\varphi_6} + r_5 e^{i\varphi_5} = r_1 e^{i\varphi_1} + r_{4B} e^{i\varphi_{4B}}$$

($r_0, \varphi_0, r_5, \alpha, r_1, \varphi_1$ и r_{4B} су константни)

$$A. \quad r_0 e^{i\varphi_0} + r_6 e^{i\varphi_6} + r_5 e^{i(\varphi_6 + \alpha)} = r_1 e^{i\varphi_1} + r_{4B} e^{i\varphi_{4B}}$$

$$\Rightarrow r_6, \varphi_6$$

$$B. \quad \dot{r}_6 e^{i\varphi_6} + r_6 \omega_6 e^{i(\varphi_6 + \pi/2)} + r_5 \omega_6 e^{i(\varphi_6 + \alpha + \pi/2)} = r_{4B} \omega_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)}$$

$$\Rightarrow \dot{r}_6, \omega_6$$

$$C. \quad \ddot{r}_6 e^{i\varphi_6} + 2\dot{r}_6 \omega_6 e^{i(\varphi_6 + \pi/2)} + r_6 \dot{\omega}_6 e^{i(\varphi_6 + \pi/2)} + r_6 \omega_6^2 e^{i(\varphi_6 + \pi)} +$$

$$\Rightarrow \ddot{r}_6, \dot{\omega}_6$$

Завршна контура (*OEMO*)

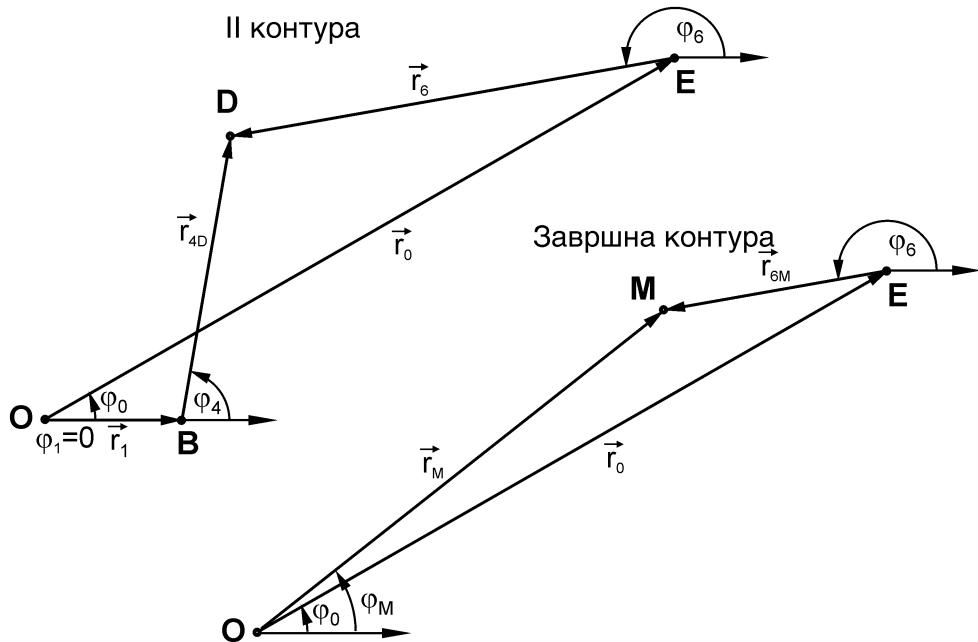
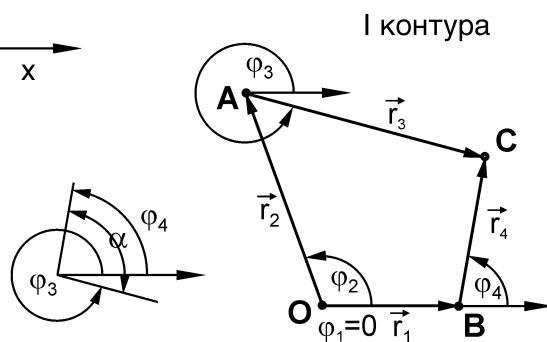
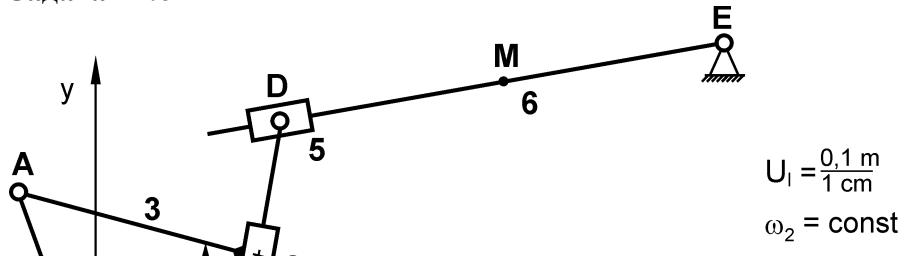
$$\vec{r}_M = \vec{r}_0 + \vec{r}_6$$

$$\vec{r}_M = r_0 e^{i\varphi_0} + r_6 e^{i\varphi_6}$$

$$A. \quad \vec{r}_M = r_0 e^{i\varphi_0} + r_6 e^{i\varphi_6}$$

$$B. \quad \vec{v}_M = \dot{r}_6 e^{i\varphi_6} + r_6 \omega_6 e^{i(\varphi_6 + \pi/2)}$$

$$C. \quad \vec{a}_M = \ddot{r}_6 e^{i\varphi_6} + 2\dot{r}_6 \omega_6 e^{i(\varphi_6 + \pi/2)} + r_6 \dot{\omega}_6 e^{i(\varphi_6 + \pi/2)} + r_6 \omega_6^2 e^{i(\varphi_6 + \pi)}$$

Задатак 2.6

За механизам приказан на слици, користећи методу комплексног броја:

- поставити векторске контуре
 - написати сређене једначине за рачунање кинематичких параметара
 - написати једначине за одређивање положаја, брзине и убрзања тачке M
- Задата је угаона брзина члана 2, која је константна.

Контура I ($OACBO$)

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_3 = \vec{r}_1 + \vec{r}_4 \quad \varphi_3 = \varphi_4 - \alpha + 2\pi$$

$$r_2 e^{i\varphi_2} + r_3 e^{i\varphi_3} = r_1 e^{i\varphi_1} + r_4 e^{i\varphi_4}$$

(r_2, r_3, α, r_1 и φ_1 су константни)

$$\begin{aligned} A. \quad & r_2 e^{i\varphi_2} + r_3 e^{i(\varphi_4 - \alpha + 2\pi)} = r_1 e^{i\varphi_1} + r_4 e^{i\varphi_4} \\ B. \quad & r_2 \omega_2 e^{i(\varphi_2 + \pi/2)} + r_3 \omega_4 e^{i(\varphi_4 - \alpha + 2\pi + \pi/2)} = \dot{r}_4 e^{i\varphi_4} + r_4 \omega_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} \\ C. \quad & r_2 \omega_2^2 e^{i(\varphi_2 + \pi)} + r_3 \dot{\omega}_4 e^{i(\varphi_4 - \alpha + 2\pi + \pi/2)} + r_3 \omega_4^2 e^{i(\varphi_4 - \alpha + 2\pi + \pi)} = \\ & = \ddot{r}_4 e^{i\varphi_4} + 2\dot{r}_4 \omega_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} + r_4 \dot{\omega}_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} + r_4 \omega_4^2 e^{i(\varphi_4 + \pi)} \end{aligned}$$

$\Rightarrow r_4, \varphi_4$

$\Rightarrow \dot{r}_4, \omega_4$

$\Rightarrow \ddot{r}_4, \dot{\omega}_4$

Контура II ($OBDEO$)

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_{4D} = \vec{r}_0 + \vec{r}_6 \quad \varphi_{4D} = \varphi_4$$

$$r_1 e^{i\varphi_1} + r_{4D} e^{i\varphi_{4D}} = r_0 e^{i\varphi_0} + r_6 e^{i\varphi_6}$$

($r_1, \varphi_1, r_{4D}, r_0$ и φ_0 су константни)

$$\begin{aligned} A. \quad & r_1 e^{i\varphi_1} + r_{4D} e^{i\varphi_4} = r_0 e^{i\varphi_0} + r_6 e^{i\varphi_6} \\ B. \quad & r_{4D} \omega_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} = \dot{r}_6 e^{i\varphi_6} + r_6 \omega_6 e^{i(\varphi_6 + \pi/2)} \\ C. \quad & r_{4D} \dot{\omega}_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} + r_{4D} \omega_4^2 e^{i(\varphi_4 + \pi)} = \ddot{r}_6 e^{i\varphi_6} + 2\dot{r}_6 \omega_6 e^{i(\varphi_6 + \pi/2)} + r_6 \dot{\omega}_6 e^{i(\varphi_6 + \pi/2)} + r_6 \omega_6^2 e^{i(\varphi_6 + \pi)} \end{aligned}$$

$\Rightarrow r_6, \varphi_6$

$\Rightarrow \dot{r}_6, \omega_6$

$\Rightarrow \ddot{r}_6, \dot{\omega}_6$

Завршна контура (OME)

$$\vec{r}_M = \vec{r}_0 + \vec{r}_{6M}$$

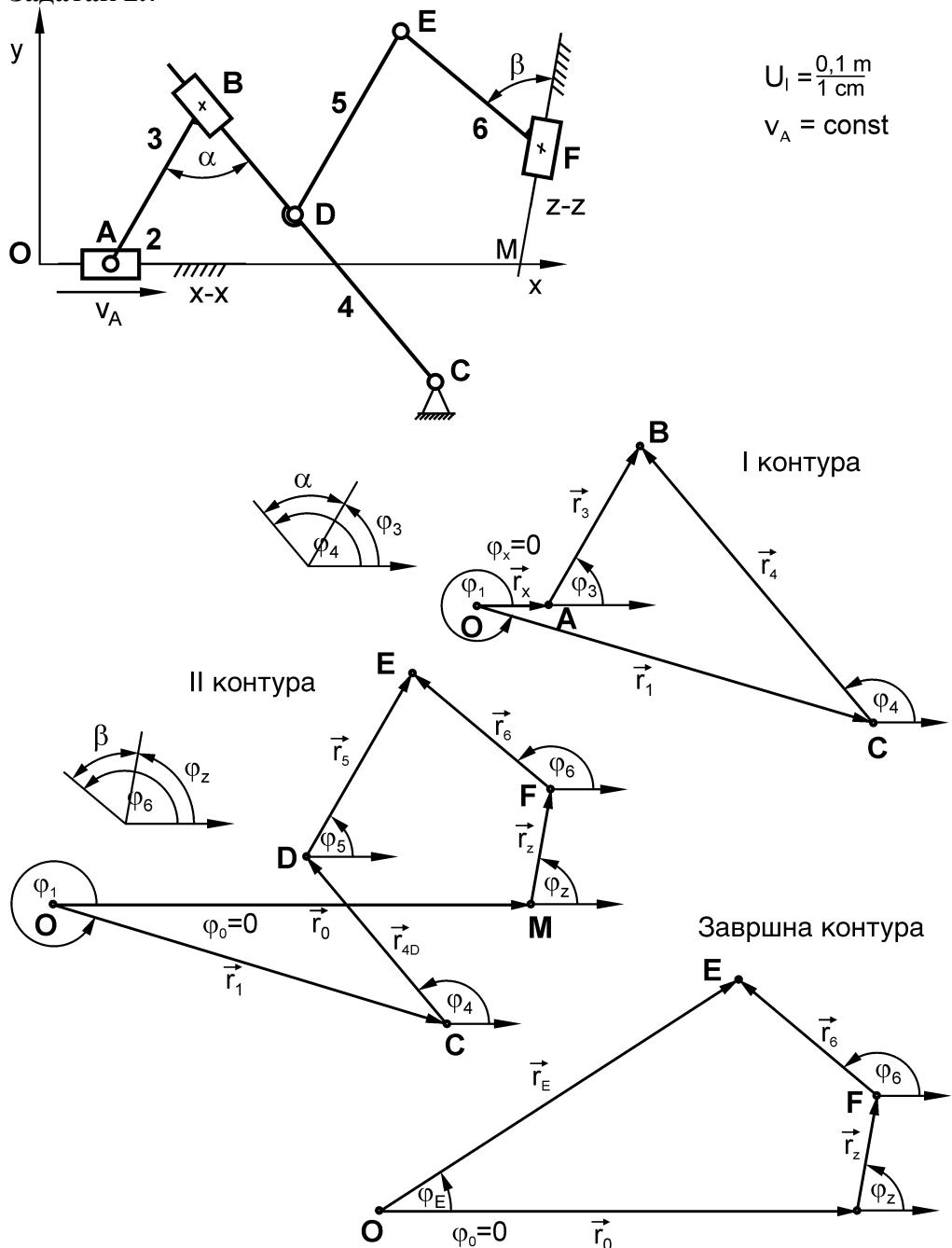
$$\vec{r}_M = r_0 e^{i\varphi_0} + r_{6M} e^{i\varphi_{6M}}$$

$$A. \quad \vec{r}_M = r_0 e^{i\varphi_0} + r_{6M} e^{i\varphi_6}$$

$$B. \quad \vec{v}_M = r_{6M} \omega_6 e^{i(\varphi_6 + \pi/2)}$$

$$C. \quad \vec{a}_M = r_{6M} \dot{\omega}_6 e^{i(\varphi_6 + \pi/2)} + r_{6M} \omega_6^2 e^{i(\varphi_6 + \pi)}$$

Задатак 2.7



За механизам приказан на слици, користећи методу комплексног броја:

- поставити векторске контуре
 - написати сређене једначине за рачунање кинематичких параметара
 - написати једначине за одређивање положаја, брзине и убрзања тачке E
- Задата је брзина тачке A , која је константна.

Контура I ($OABC O$)

$$\vec{r}_x + \vec{r}_3 = \vec{r}_l + \vec{r}_4 \quad \varphi_3 = \varphi_4 - \alpha$$

$$r_x e^{i\varphi_x} + r_3 e^{i\varphi_3} = r_l e^{i\varphi_l} + r_4 e^{i\varphi_4}$$

($\varphi_x, r_3, \alpha, r_l$ i φ_l су константни)

$$A. \quad r_x e^{i\varphi_x} + r_3 e^{i(\varphi_4 - \alpha)} = r_l e^{i\varphi_l} + r_4 e^{i\varphi_4}$$

$$\Rightarrow r_4, \varphi_4$$

$$B. \quad \dot{r}_x e^{i\varphi_x} + r_3 \omega_4 e^{i(\varphi_4 - \alpha + \pi/2)} = \dot{r}_4 e^{i\varphi_4} + r_4 \omega_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)}$$

$$\Rightarrow \dot{r}_4, \omega_4$$

$$C. \quad r_3 \dot{\omega}_4 e^{i(\varphi_4 - \alpha + \pi/2)} + r_3 \omega_4^2 e^{i(\varphi_4 - \alpha + \pi)} =$$

$$\Rightarrow \ddot{r}_4, \dot{\omega}_4$$

$$= \ddot{r}_4 e^{i\varphi_4} + 2\dot{r}_4 \omega_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} + r_4 \dot{\omega}_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} + r_4 \omega_4^2 e^{i(\varphi_4 + \pi)}$$

Контура II ($OCDEFMO$)

$$\varphi_{4D} = \varphi_4$$

$$\vec{r}_l + \vec{r}_{4D} + \vec{r}_5 = \vec{r}_0 + \vec{r}_z + \vec{r}_6$$

$$\varphi_6 = \varphi_z + \beta$$

$$r_l e^{i\varphi_l} + r_{4D} e^{i\varphi_4} + r_5 e^{i\varphi_5} = r_0 e^{i\varphi_0} + r_z e^{i\varphi_z} + r_6 e^{i\varphi_6}$$

($r_l, \varphi_l, r_{4D}, r_5, r_0, \varphi_0, \varphi_z, r_6$ i β су константни)

$$A. \quad r_l e^{i\varphi_l} + r_{4D} e^{i\varphi_4} + r_5 e^{i\varphi_5} = r_0 e^{i\varphi_0} + r_z e^{i\varphi_z} + r_6 e^{i(\varphi_z + \beta)}$$

$$\Rightarrow r_z, \varphi_5$$

$$B. \quad \dot{r}_x e^{i\varphi_x} + r_{4D} \omega_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} + r_5 \omega_5 e^{i(\varphi_5 + \pi/2)} = \dot{r}_z e^{i\varphi_z}$$

$$\Rightarrow \dot{r}_z, \omega_5$$

$$C. \quad r_{4D} \dot{\omega}_4 e^{i(\varphi_4 + \pi/2)} + r_{4D} \omega_4^2 e^{i(\varphi_4 + \pi)} + r_5 \dot{\omega}_5 e^{i(\varphi_5 + \pi/2)} + r_5 \omega_5^2 e^{i(\varphi_5 + \pi)} = \ddot{r}_z e^{i\varphi_z}$$

$$\Rightarrow \ddot{r}_z, \dot{\omega}_5$$

Завршна контура ($OMFEO$)

$$\vec{r}_E = \vec{r}_0 + \vec{r}_z + \vec{r}_6$$

$$\vec{r}_E = r_0 e^{i\varphi_0} + r_z e^{i\varphi_z} + r_6 e^{i\varphi_6}$$

$$A. \quad \vec{r}_E = r_0 e^{i\varphi_0} + r_z e^{i\varphi_z} + r_6 e^{i(\varphi_z + \beta)}$$

$$B. \quad \vec{v}_E = \dot{r}_z e^{i\varphi_z}$$

$$C. \quad \vec{v}_E = \ddot{r}_z e^{i\varphi_z}$$