

Цилиндрични зупчасти парови

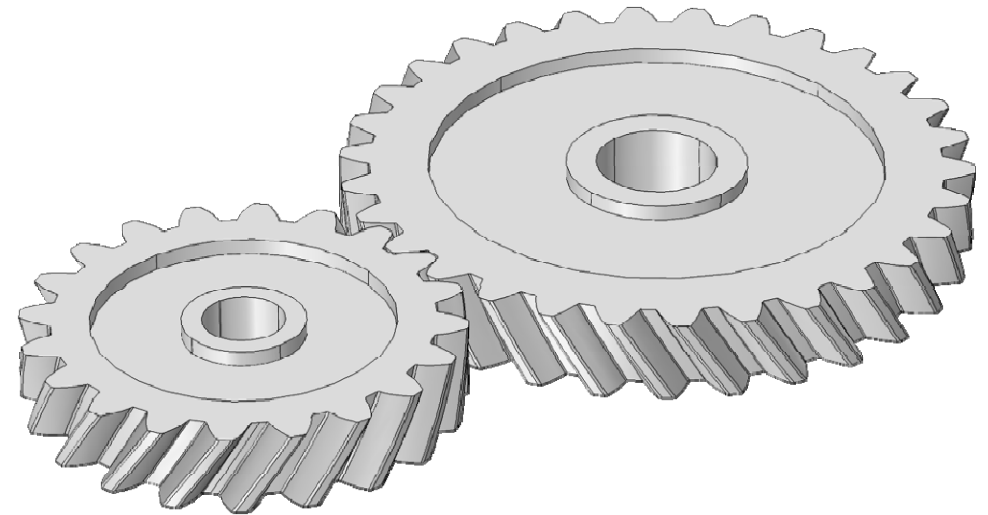
■ У цилиндричне зупчанике спадају зупчаници са паралелним вратилима као и они који претварају обртно кретање у транслаторно и обратно.

Разликују се:

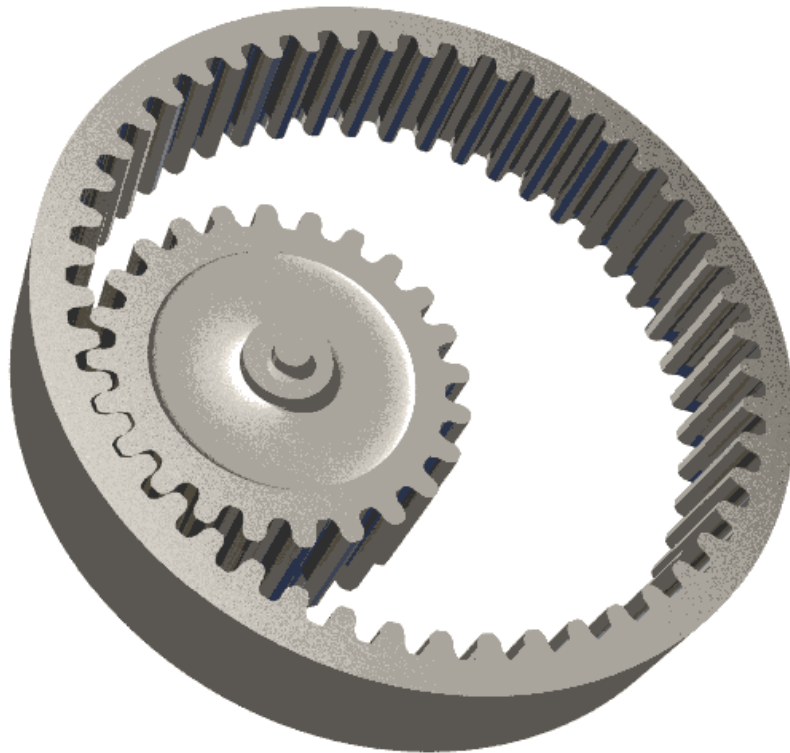
- спољашњи,
- унутрашњи и
- равни цилиндрични парови.



Цилиндрични зупчasti парови



Цилиндрични зупчасти парови

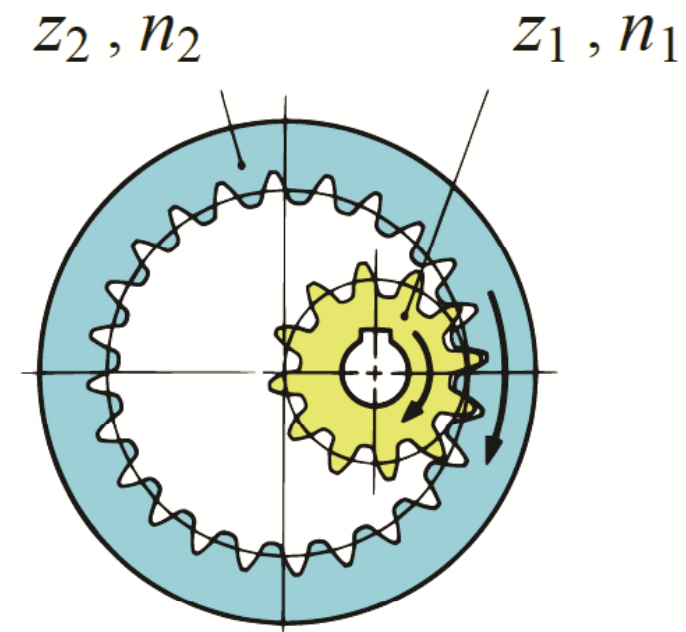
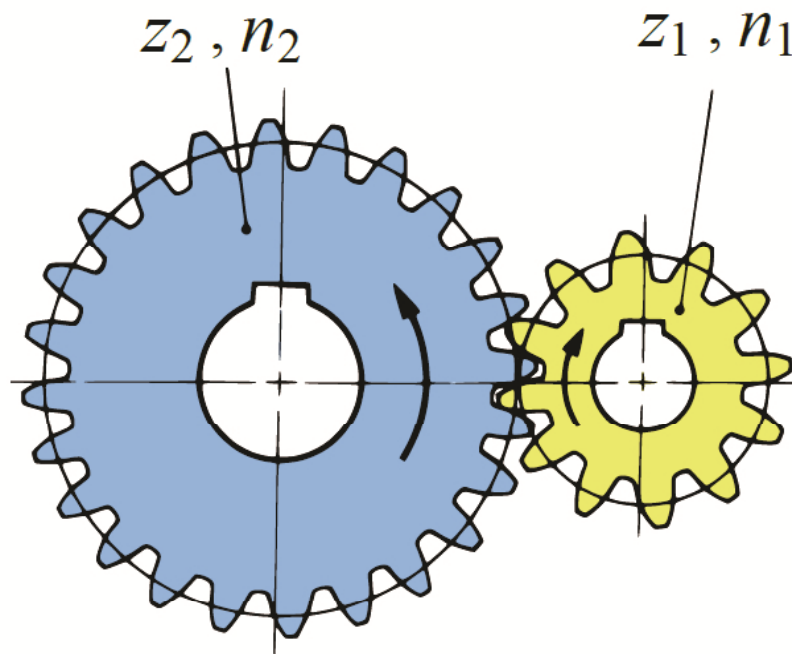


Цилиндрични зупчасти парови



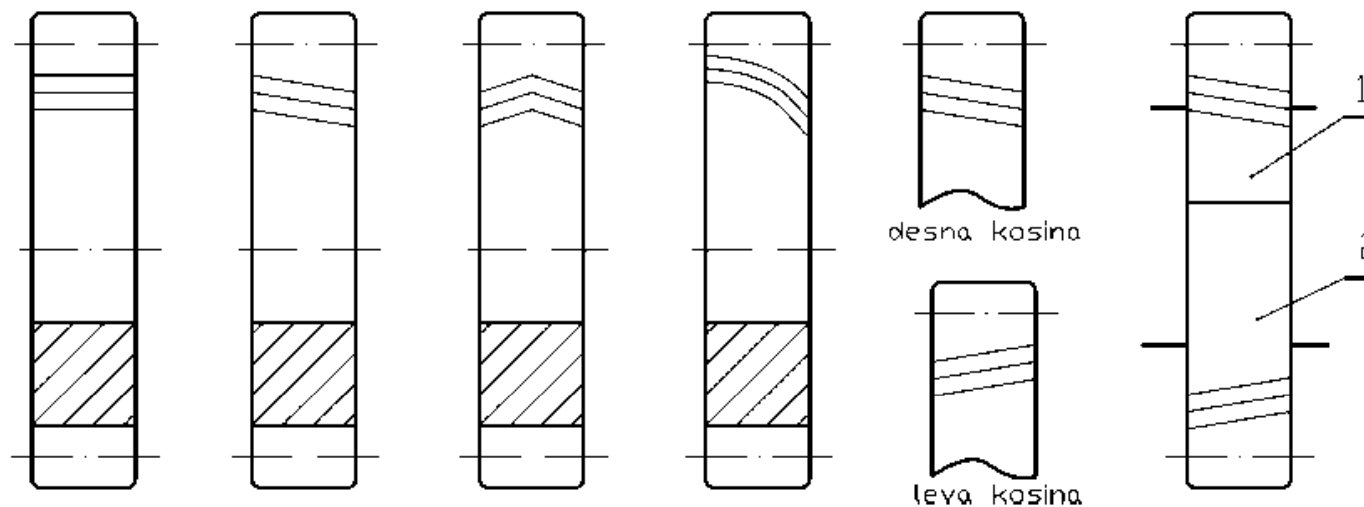
Цилиндрични зупчасти парови

- Код спољашњих цилиндричних зупчастих парова смерови обртања су супротни, док су код унутрашњих исти.



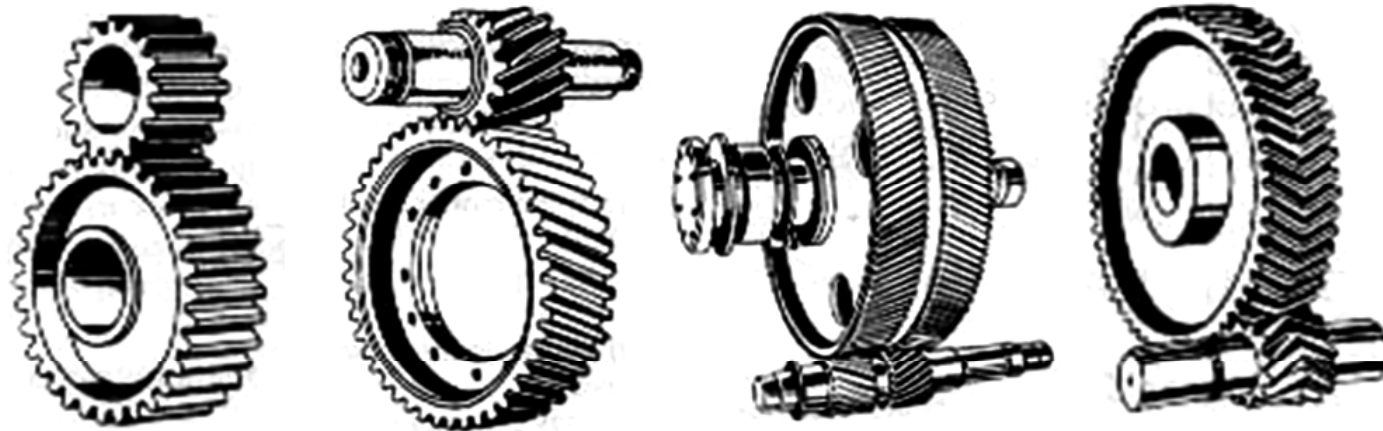
Према облику бочне линије разликују се следећи типови цилиндричних зупчастих парова:

- са правим зупцима,
- са косим зупцима,
- са двојним косим зупцима,
- са стреластим зупцима и
- са кривим зупцима.



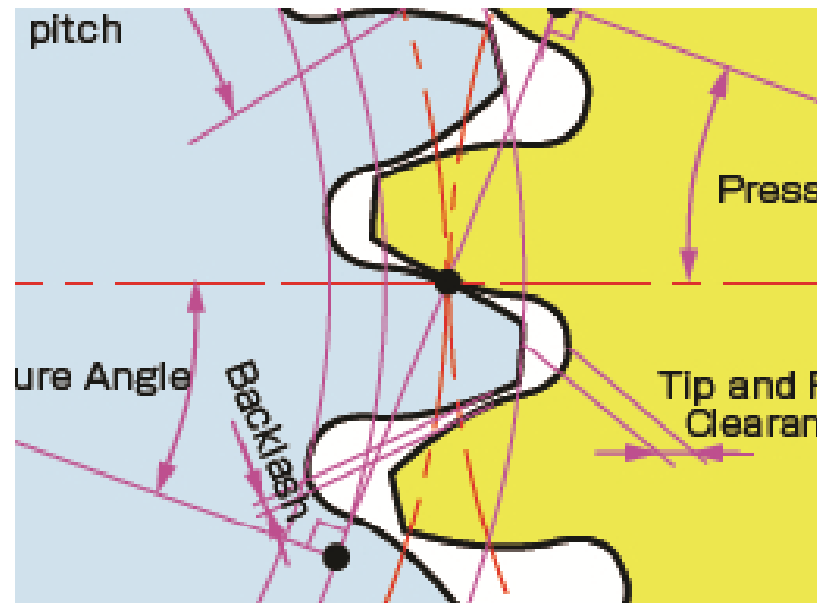
Према облику бочне линије разликују се следећи типови цилиндричних зупчастих парова:

- са правим зупцима,
- са косим зупцима,
- са двојним косим зупцима,
- са стреластим зупцима и
- са кривим зупцима.



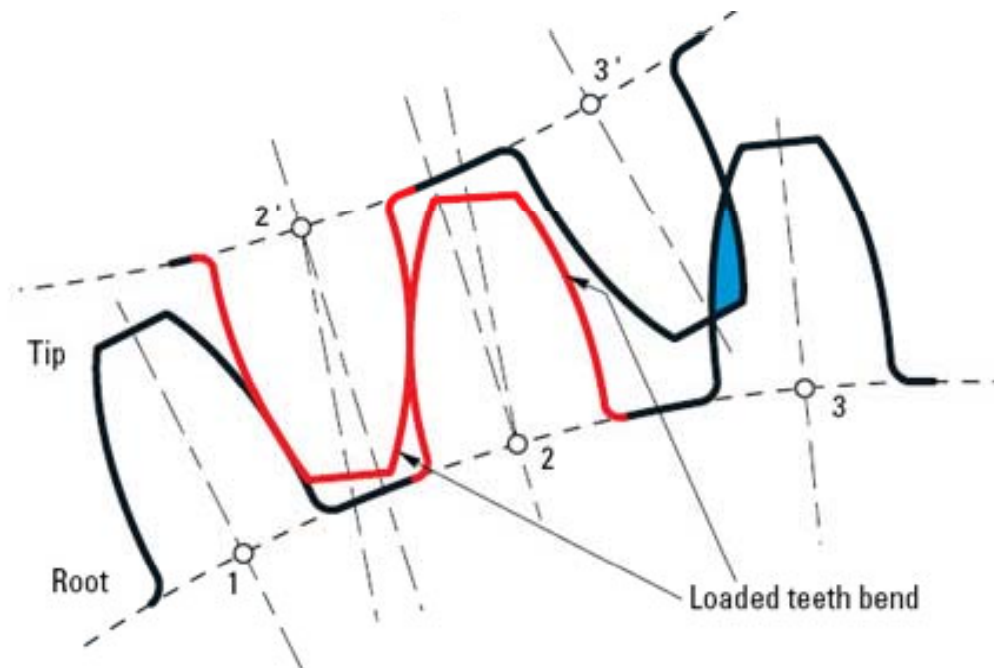
У зависности од лучног зазора, тј. стварног зазора између бокова зубаца, зупчасти преносни парови могу бити:

- безазорни ($\Delta\varphi_0 \leq 10'$),
- малозазорни ($\Delta\varphi_0 \leq 1^\circ$),
- нормални - индустријски ($\Delta\varphi_0 > 1^\circ$).



Зазор између зубаца спрегнутих зупчаника мора постојати:

- да би се избегла интерференција



Зазор између зубаца спрегнутих зупчаника мора постојати:

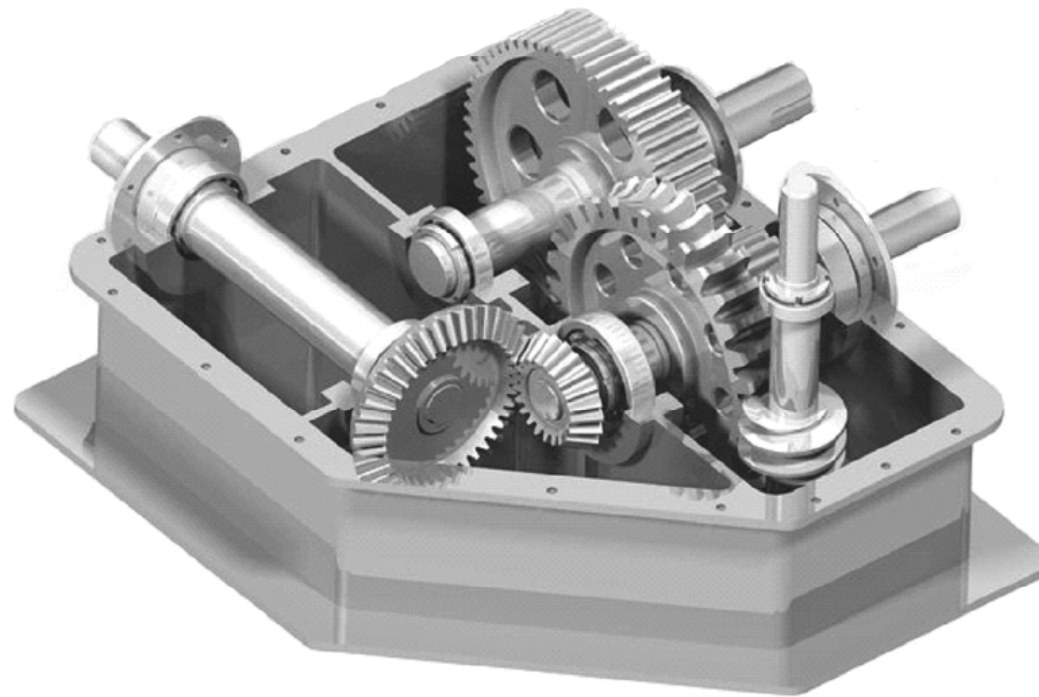
- да би се избегла интерференција,
- да би се избегло хабање и прекомерно загревање зубаца,
- да би се омогућило правилно подмазивање,
- да би се компензовала одступања у изради и
- да би се омогућило термичко ширење.

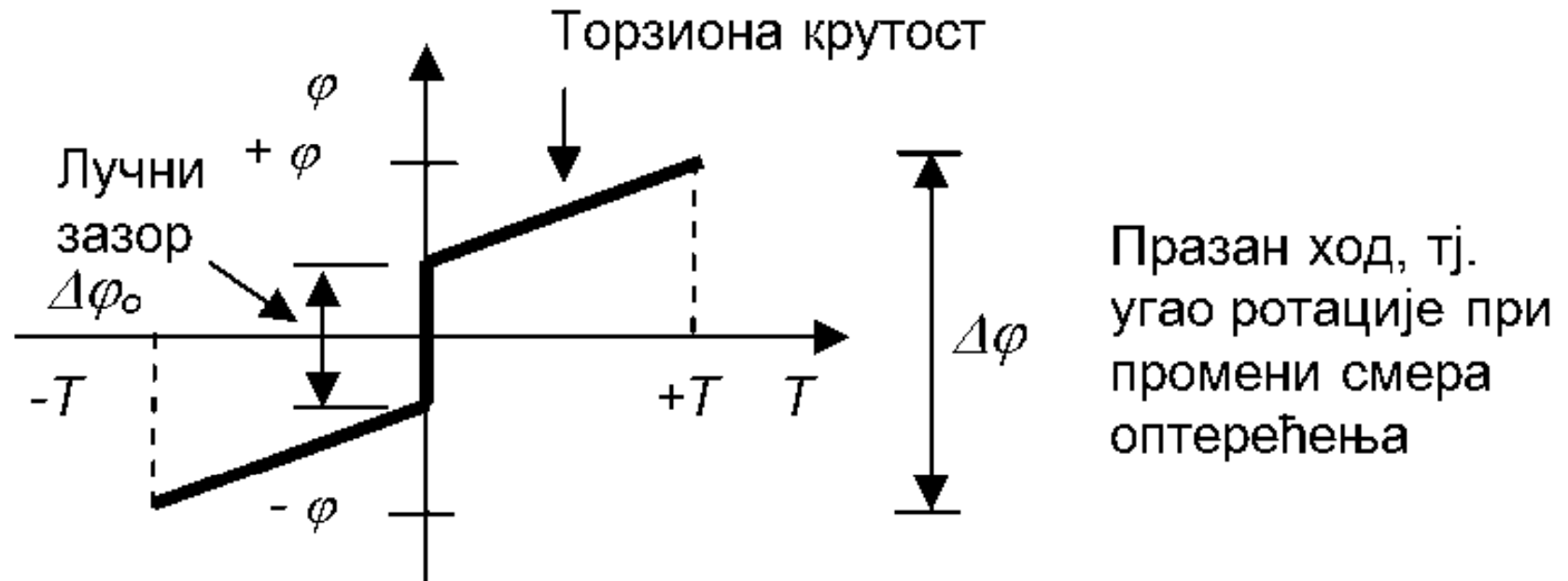
При томе, треба имати у виду да постоји и одређени зазор у котрљајним лежајевима, који такође утиче на зазор у међузубљу.

Пошто је зупчаник кружног облика зазор се приказује као угаона величина, тј. као лучни зазор.

- Код класичних преносних парова величина тог зазора и није толико битна.
- Код беззорних преносних парова она је изузетно важна и настоји се свести на што мању меру.
- Беззорни преносници, данас, имају велику примену у оквиру алатних машина, робота и на свим оним местима где се тражи прецизно позиционирање.
- Наиме, код беззорних преносних парова је потребан мали лучни зазор, да би се обезбедила висока тачност позиционирања.
- Под **тачношћу позиционирања** подразумева се разлика између очекиваног и стварног положаја излазног вратила преносника.

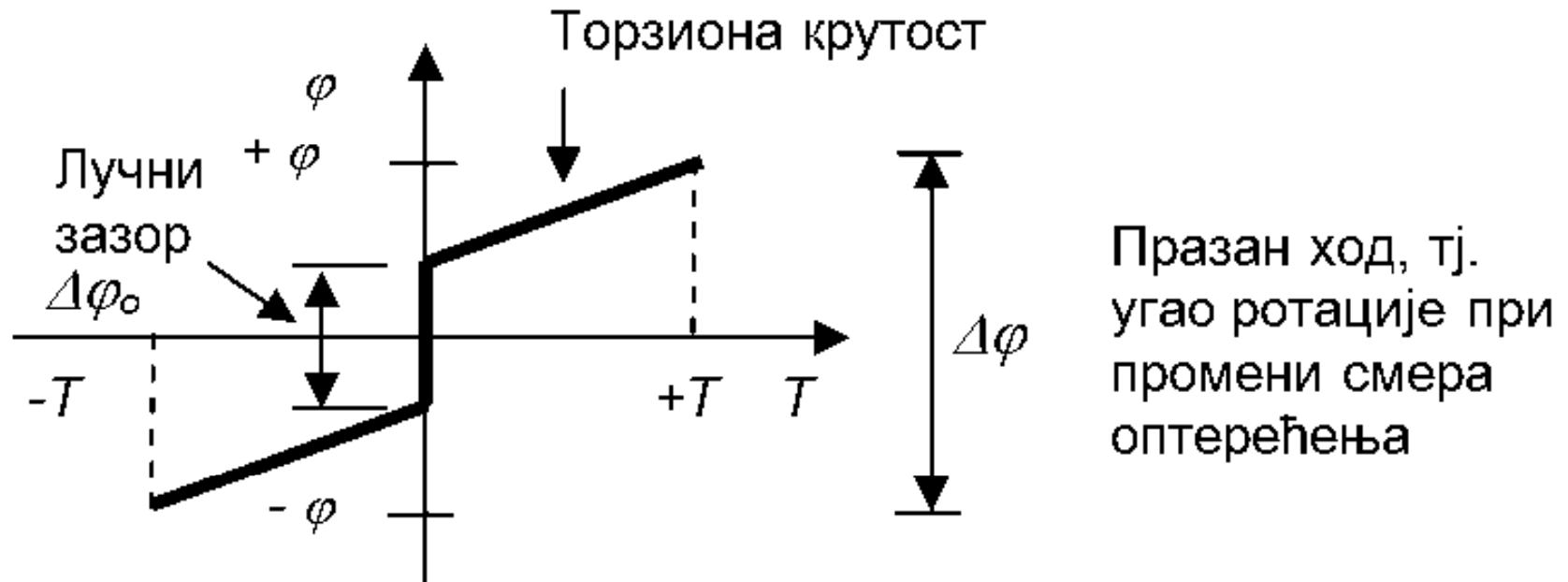
- **Лучни зазор ($\Delta\varphi_0$)** представља угао заокретања излазног вратила, у случају да је улазно вратило непокретно, и његова вредност се изражава у угаоним минутама.
- У случају да је вредност тог угла мања од 10 угаоних минута сматра се да је преносник безазоран.



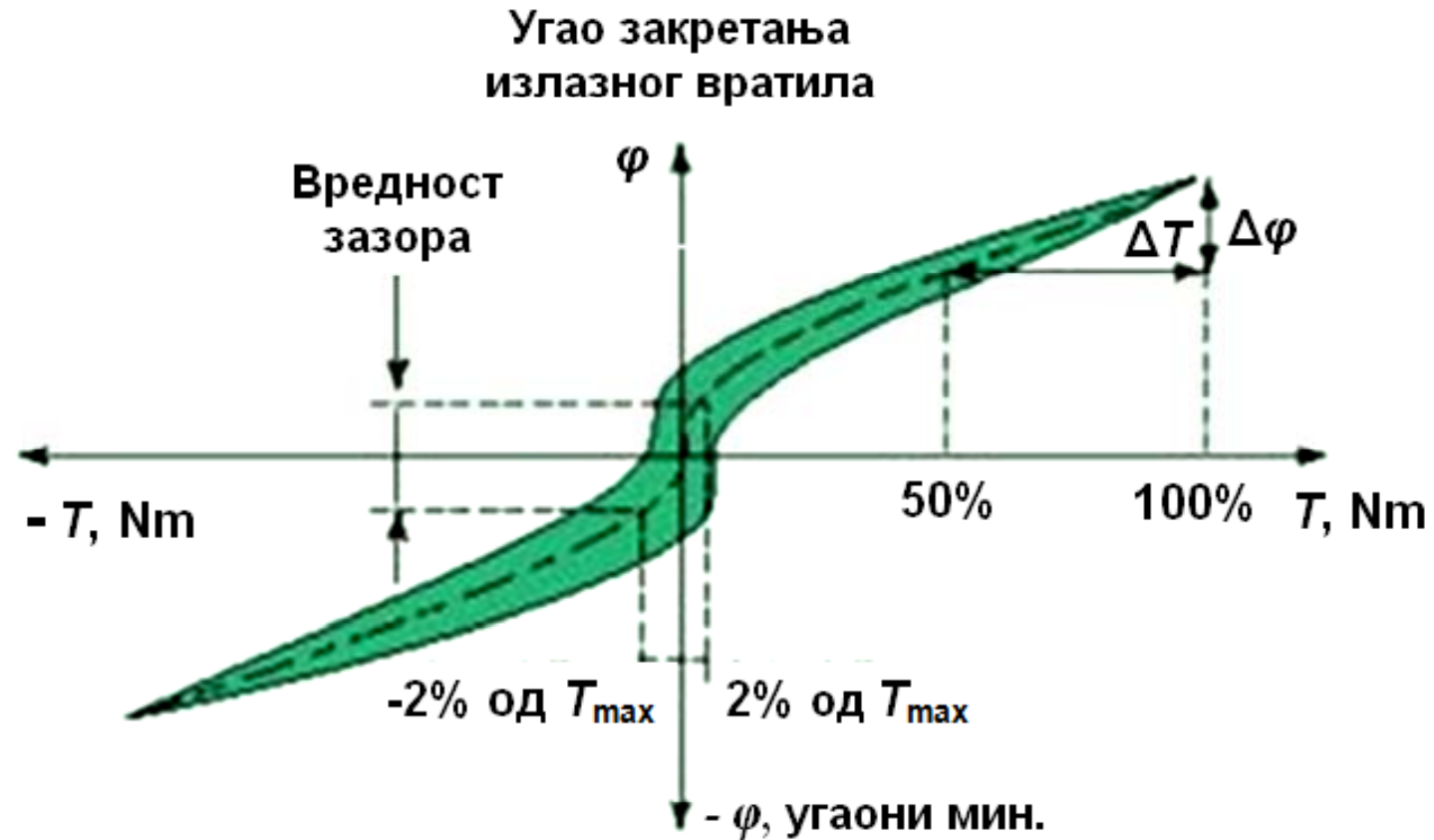


Графички приказ промене лучног зазора и празног хода са променом оптерећења

- Под **празним ходом** ($\Delta\varphi$) зупчастог преносног пара подразумева се угао заокретања излазног вратила, при непомичном улазном вратилу, при пуном циклусу промене обртног момента T .
- Беззорност представља збир лучног зазора и еластичних угаоних деформација зубаца и вратила.
- Крутост зубаца, а нарочито торзиона крутост вратила, код беззорних преносника јако утиче на величину празног хода, због чега се настоји да се крутост што више повећа усвајањем већег модула, краћих вратила и што већих пречника вратила.



Графички приказ промене лучног зазора и празног хода са променом оптерећења



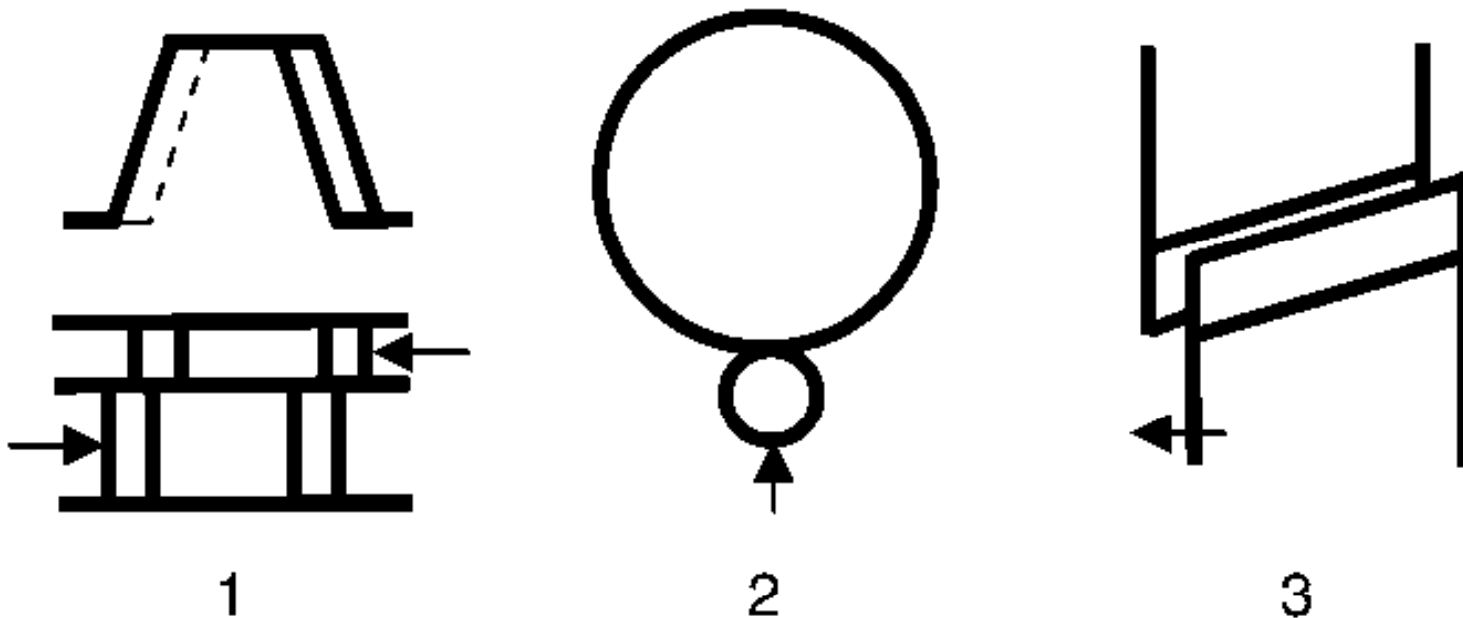
Графички приказ промене празног хода код беззорних преносника, “хистерезисна петља”

■ **Торзиона крутост** (или њој реципрочна вредност еластичност) је мера еластичне угаоне деформације која се дешава на излазном вратилу, под оптерећењем, услед еластичних деформација зупчаника и вратила. Крутост и еластичност су одређене на основу измерене деформације и оптерећења зупчастог преносника. Крутост говори колико је обртног момента потребно за јединичну вредност деформације. Обично се приказује као $Nm/ug.min$.

■ **Еластичност** говори колику деформацију ствара обртни момент. Обично се изражава као $ug.min/Nm$. Очигледно је да највећи део празног хода настаје услед еластичности компонената зупчастог преносника.

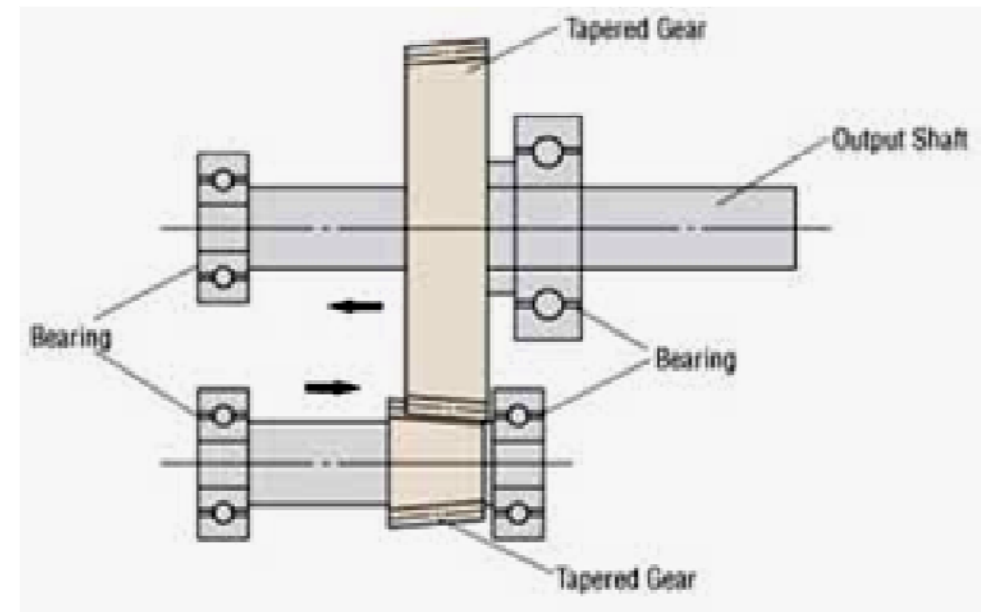
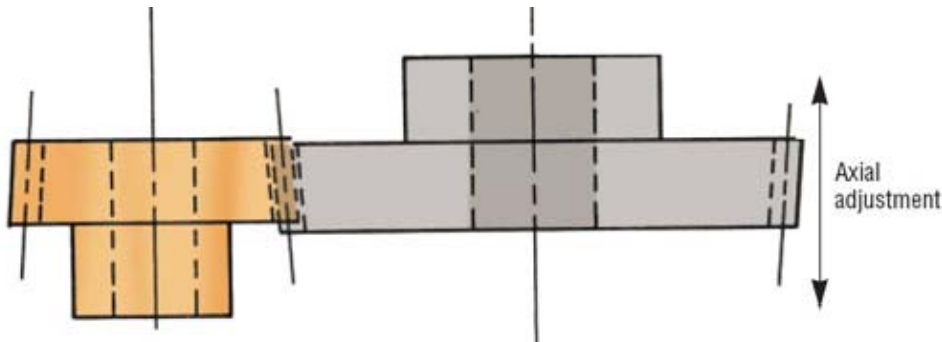
Безазорност се постиже

- тачном израдом и селекцијом,
- предоптерећењем,
- радијалним померањем и
- аксијалним померањем.



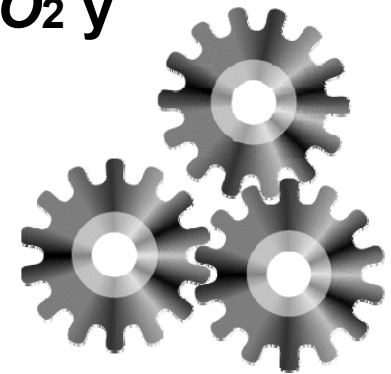
Безазорност се постиже

- тачном израдом и селекцијом
- предоптерећењем
- радијалним померањем и
- аксијалним померањем.

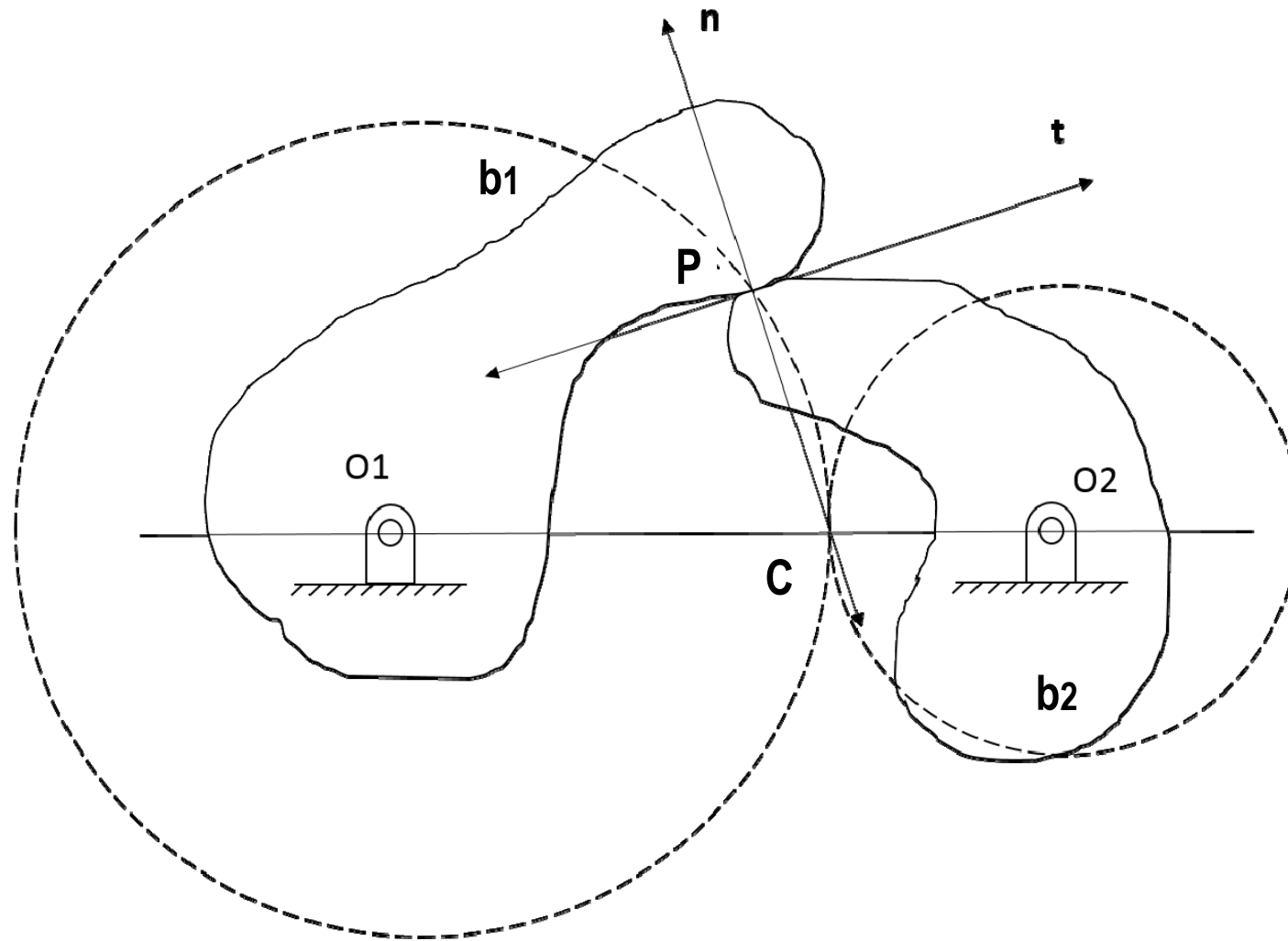


Основни услов спрезања

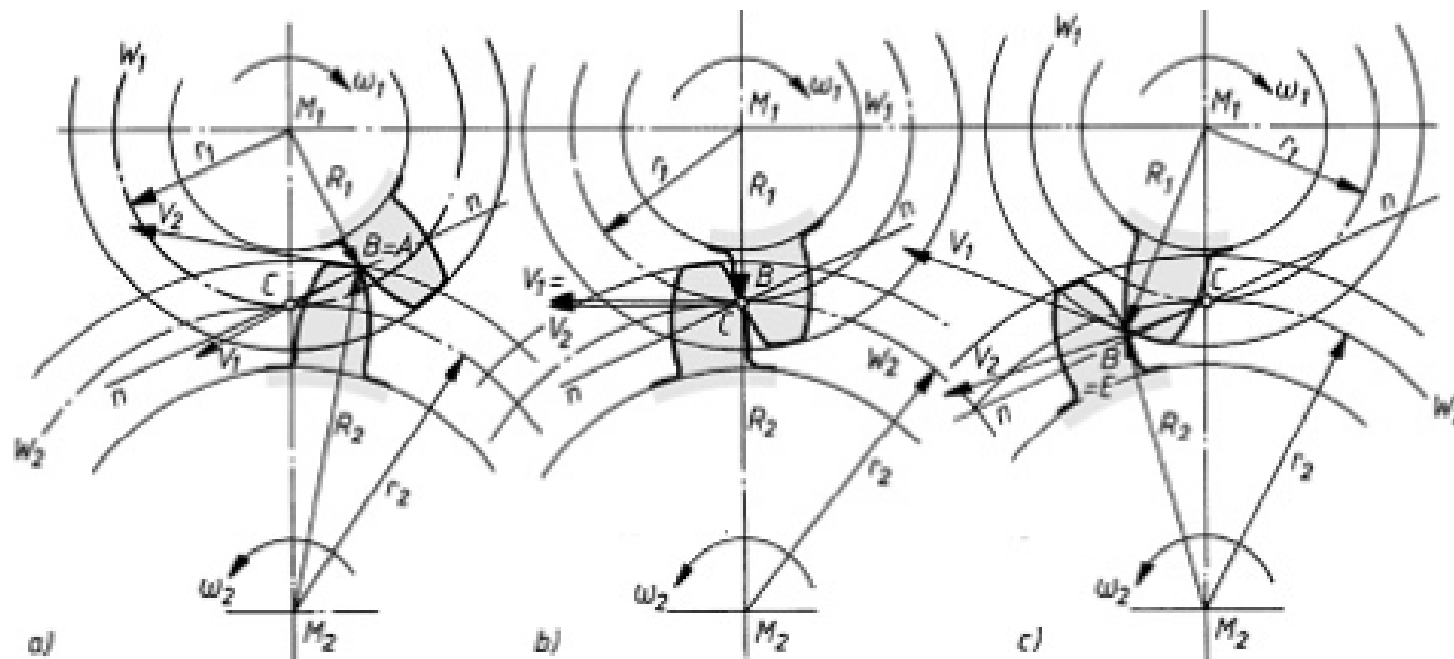
- Облик профила зупца мора да обезбеди исправно спрезање зубаца.
- У току додира профила зубаца преносни однос $u = \omega_1 / \omega_2$ мора бити константан тј. не сме долазити до убрзавања односно до успоравања гоњеног зупчаника при континуалној ротацији погонског.
- Овај услов биће испуњен уколико заједничка нормала у тренутној тачки додира профила зубаца сече праву која спаја осе обртања зупчаника O_1O_2 у тренутном полу C .



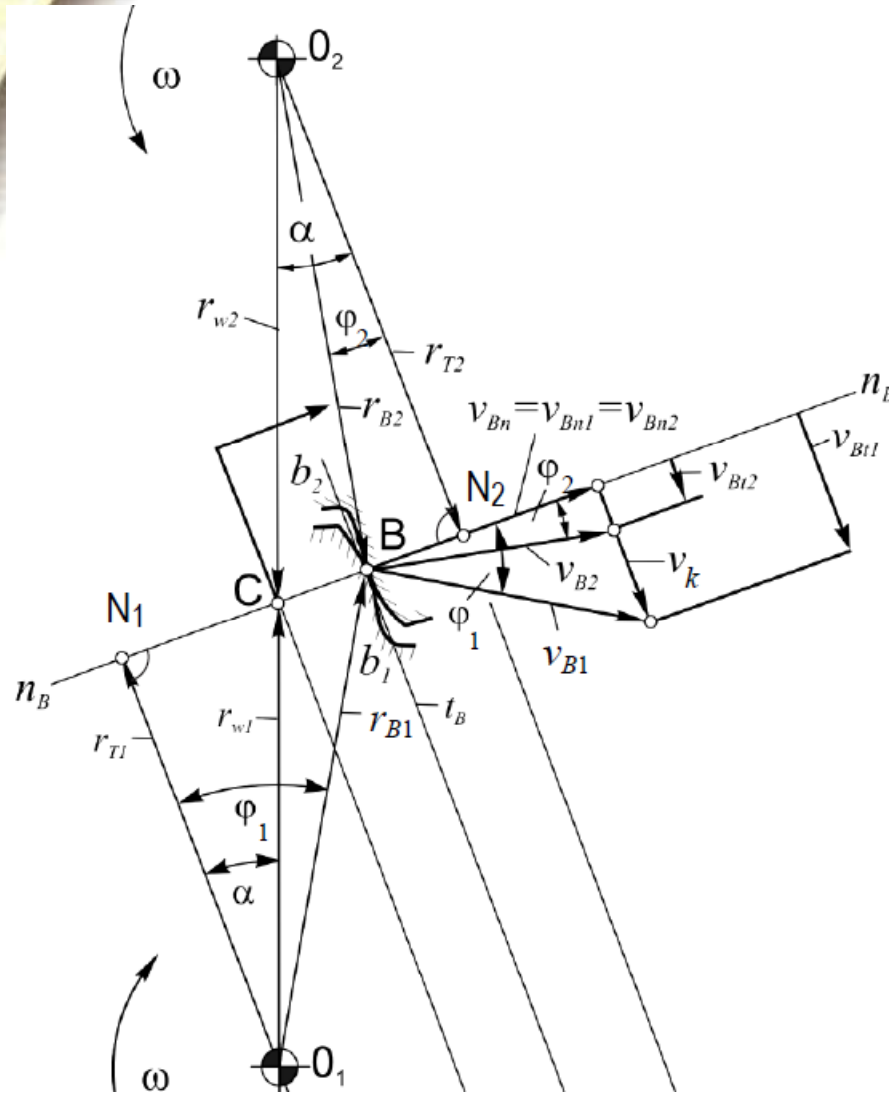
Основни услов спрезања



Основни услов спрезања



Основни услов спрезања



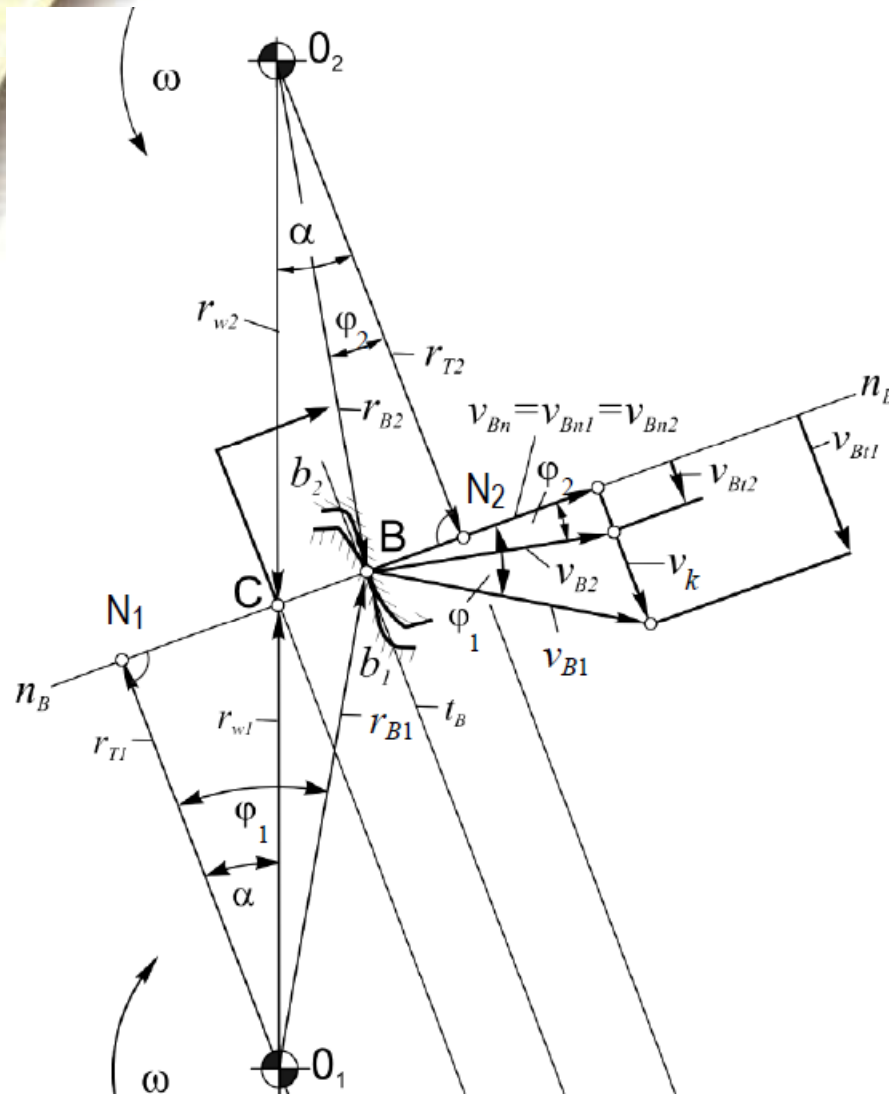
$$v_{B1} = r_{B1} \omega_1$$

$$v_{B2} = r_{B2} \omega_2$$

$$\overline{O_1 N_1} = r_{B1} \cos \varphi_1$$

$$\overline{O_2 N_2} = r_{B2} \cos \varphi_2$$

Основни услов спрезања



■ Пројекције брзина на заједничку нормалу морају бити једнаке јер се оба зупца равномерно померају.

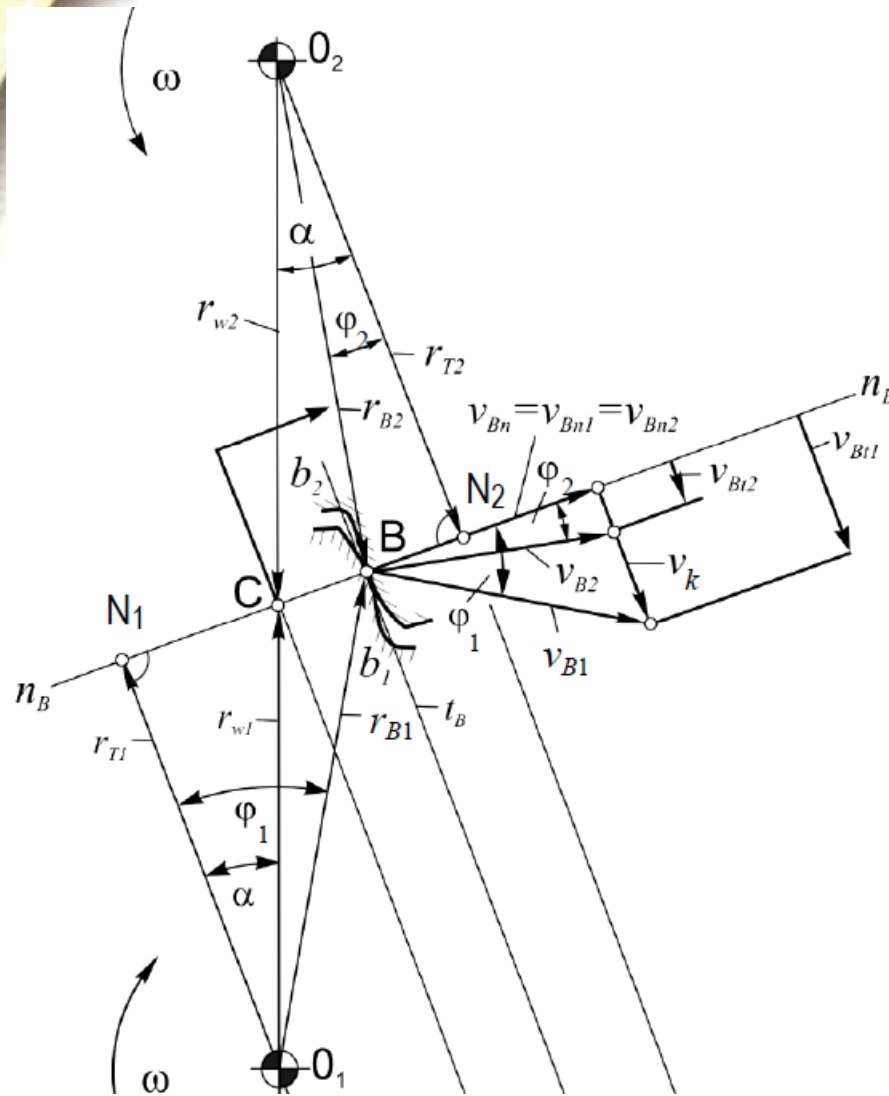
■ Зупци не задиру један у други нити се они у току спрезања одвајају један од другог.

$$V_{B1} \cos \varphi_1 = V_{B2} \cos \varphi_2$$

$$r_{B1} \omega_1 \cos \varphi_1 = r_{B2} \omega_2 \cos \varphi_2$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{B2} \cos \varphi_2}{r_{B1} \cos \varphi_1} = \frac{O_2 N_2}{O_1 N_1}$$

Основни услов спрезања



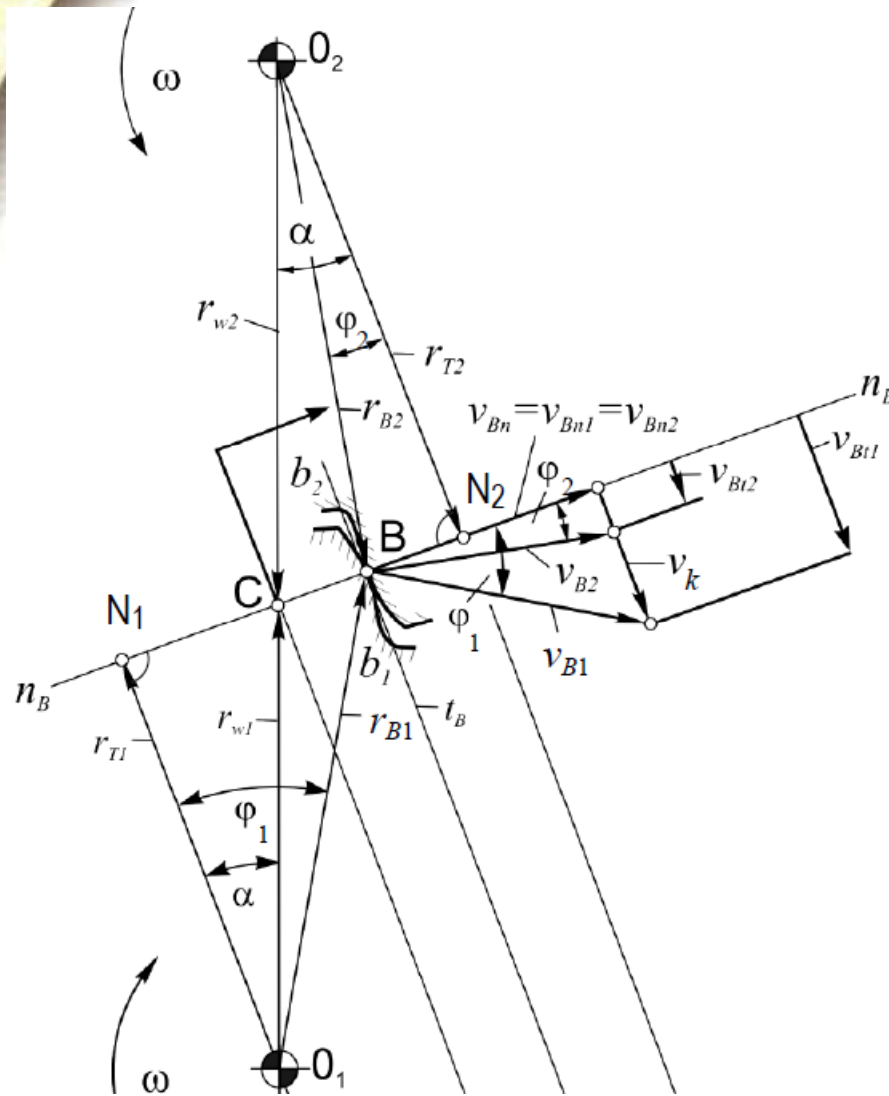
■ С обзиром да су троуглови O_1CN_1 и O_2CN_2 слични могу се написати следеће зависности

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2N_2}}{\overline{O_1N_1}} = \frac{\overline{N_2C}}{\overline{N_1C}} = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_1C}}$$

С обзиром да је преносни однос константан произилази да је и однос

$$\frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_1C}} = \text{const.}$$

Основни услов спрезања

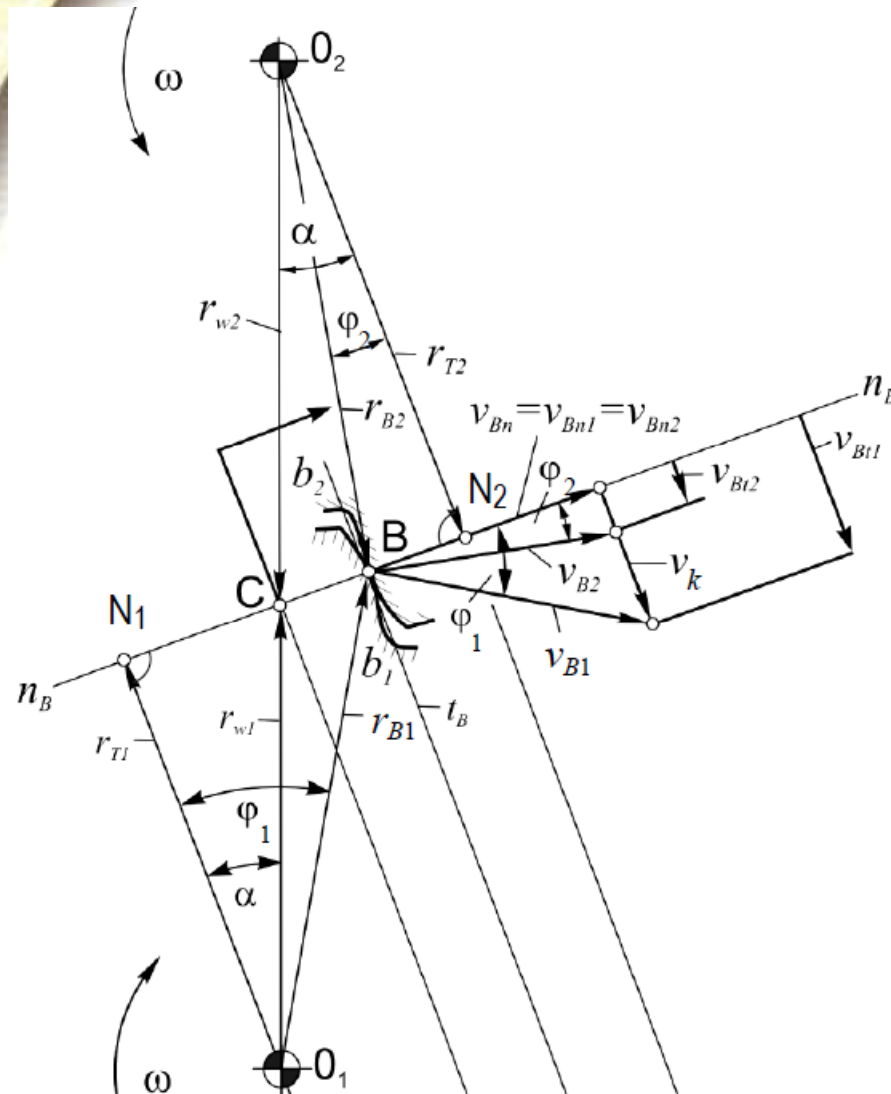


■ То значи да је тачка С непомична у односу на осе обртања и да су у њој једнаке обимне брзине

$$\omega_1 \overline{O_1 C} = \omega_2 \overline{O_2 C} = v$$

тј. да у тој тачки нема клизања и та тачка (С) представља **тренутни пол брзина**, а дужи $O_1 C$ и $O_2 C$ представљају **кинематске полупречнике**.

Основни услов спрезања



■ Што се тиче тангентних компоненти брзина тачке В, оне су различите и због тога долази до клизања бокова спрегнутих зубаца.

Брзина клизања је

$$v_k = v_{B1} \sin \varphi_1 - v_{B2} \sin \varphi_2$$

$$v_k = r_{B1} \omega_1 \sin \varphi_1 - r_{B2} \omega_2 \sin \varphi_2$$

$$v_k = \omega_1 \overline{BN_1} - \omega_2 \overline{BN_2}$$

Основни услов спрезања

$$v_k = \omega_1 (\overline{BC} + \overline{CN}_1) - \omega_2 (\overline{CN}_2 - \overline{BC})$$

$$v_k = \overline{BC}(\omega_1 + \omega_2) + \omega_1 \overline{CN}_1 - \omega_2 \overline{CN}_2$$

Пошто је установљено да је

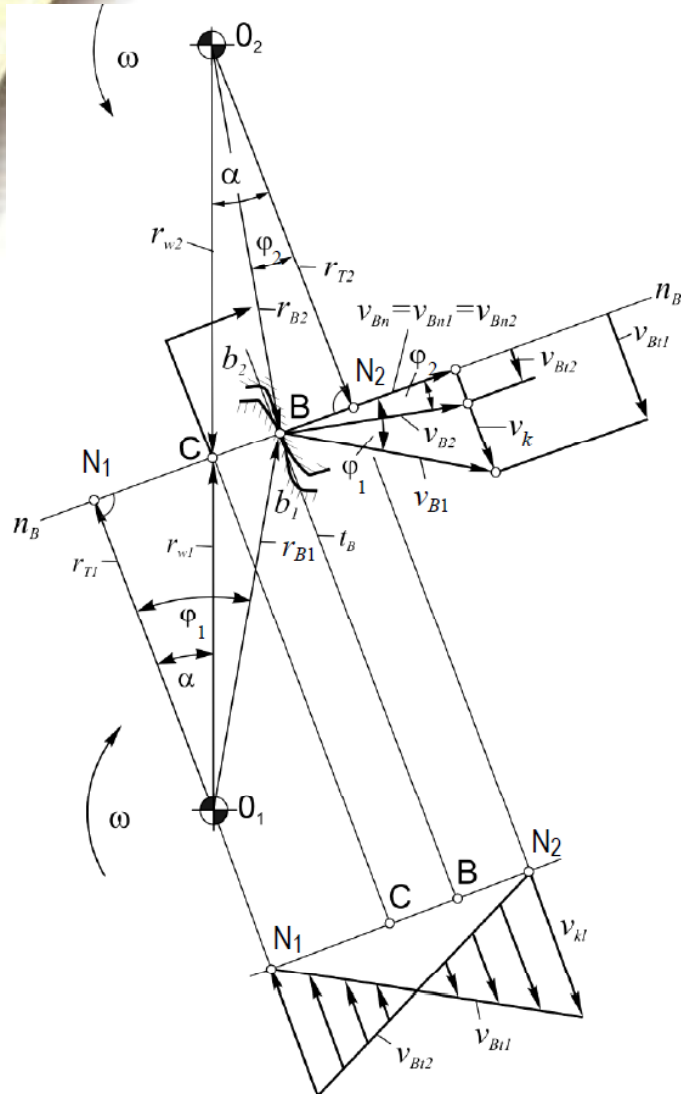
$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{CN}_2}{\overline{CN}_1}$$

односно $\omega_1 \overline{CN}_1 = \omega_2 \overline{CN}_2$

на основу чега следи да је

$$v_k = \overline{BC}(\omega_1 + \omega_2)$$

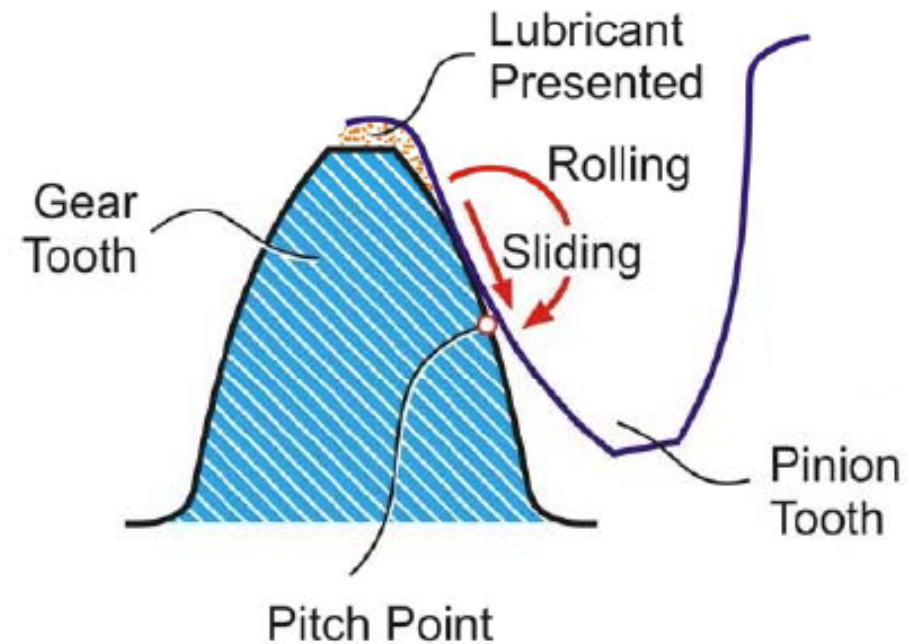
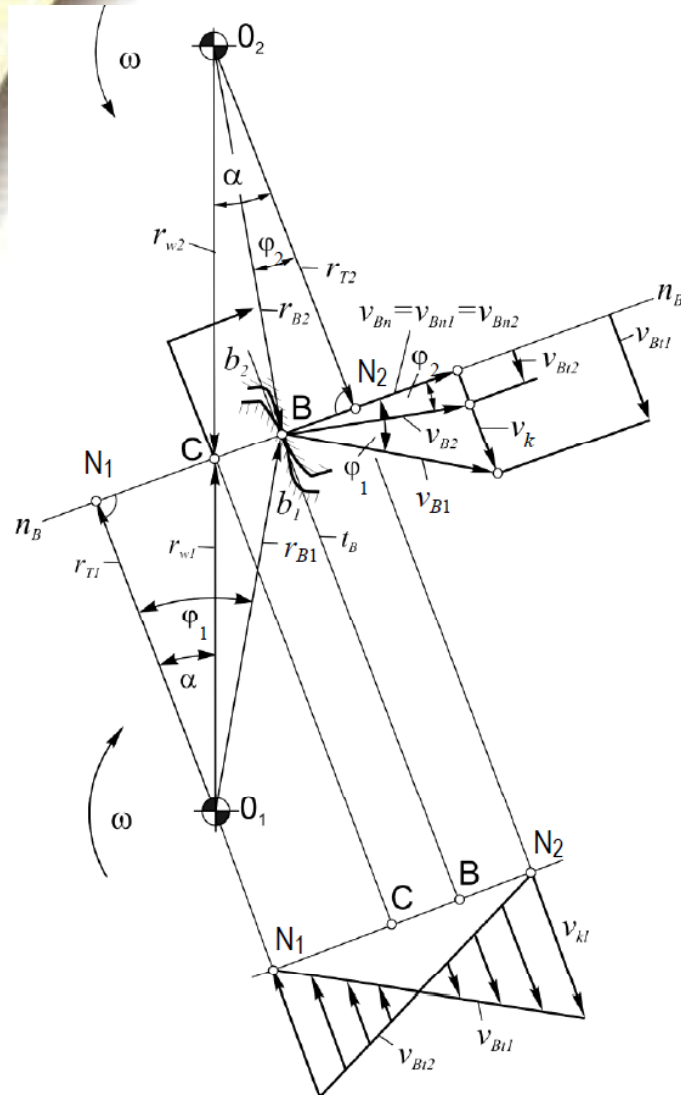
Основни услов спрезања



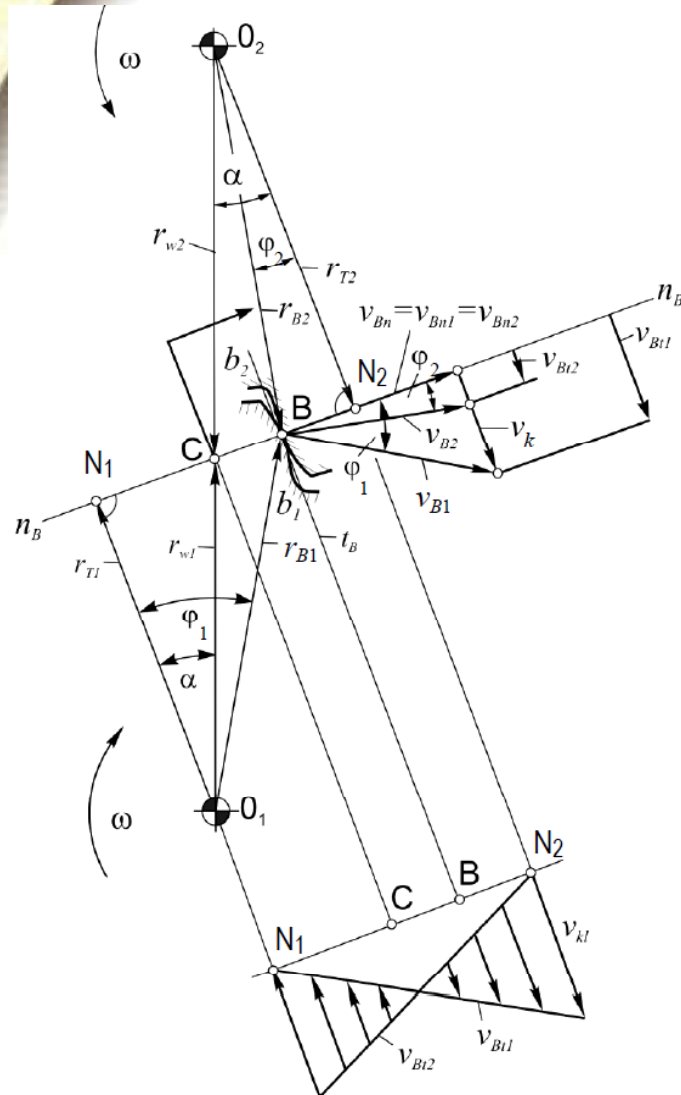
$$v_k = \overline{BC}(\omega_1 + \omega_2)$$

Основни услов спрезања

- Када се тачка В поклопи са тачком С онда је $v_K = 0$ што значи да је тачка С тренутни пол брзина.



Основни услов спрезања



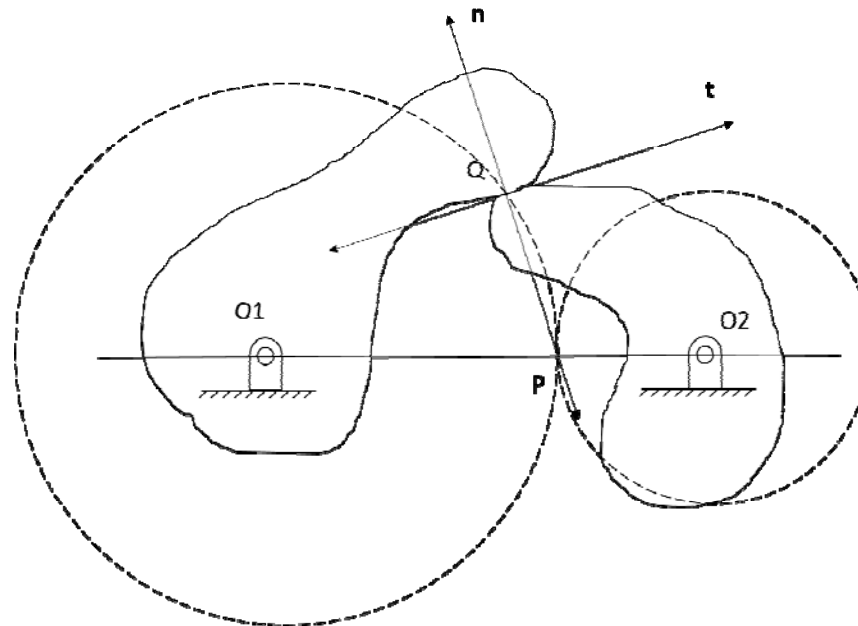
$$v_k = \overline{BC}(\omega_1 + \omega_2)$$

$$v_k = v_C \cdot \left(\frac{\overline{BC}}{r_{w1}} + \frac{\overline{BC}}{r_{w2}} \right)$$

Код зупчасте летве је један полупречник бесконачан, а код озубљеног венца је мањи од нуле, што значи да је код равног цилиндричног зупчастог пара и код унутрашњег цилиндричног зупчастог пара брзина клизања мања.

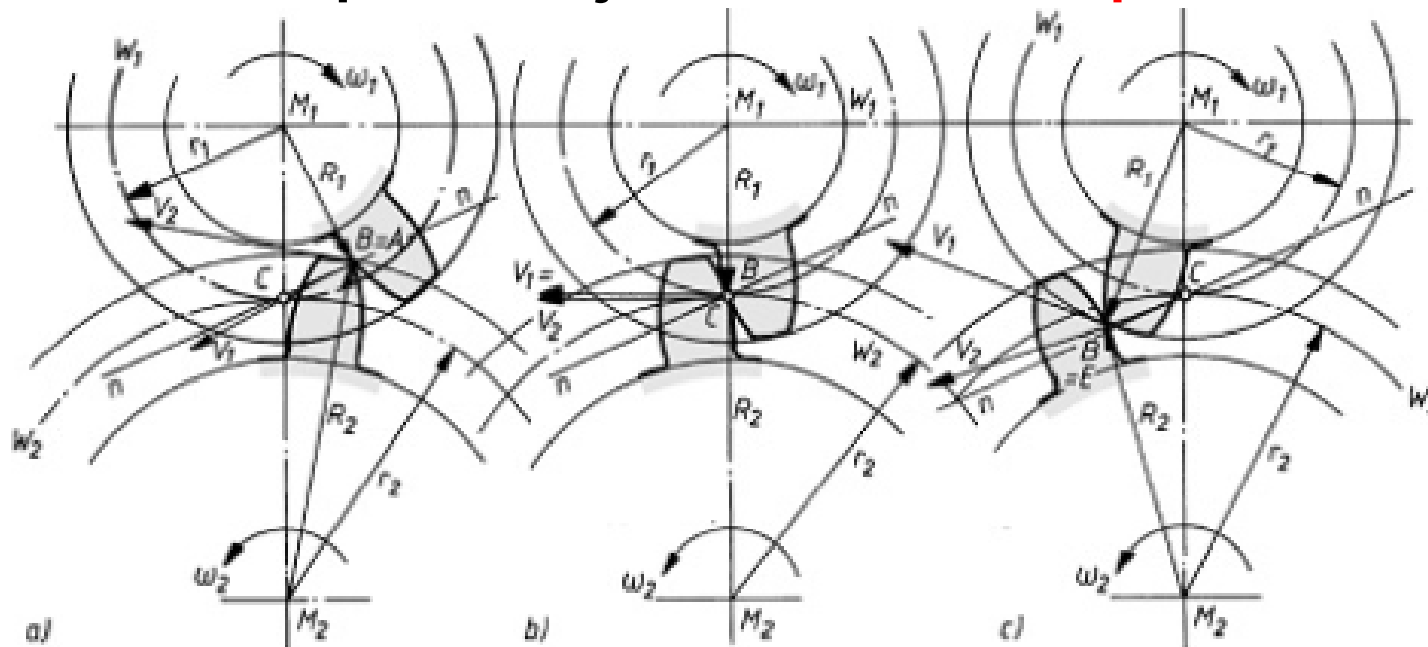
Основни услов спрезања

- На основу изведених законитости установљено је да облик профила зупца мора да обезбеди заједничку нормалу, која пролази кроз тачку C . То, даље, значи да тачке додира зубаца морају бити на правој која је у суштини та нормала која се назива **додирницом**.



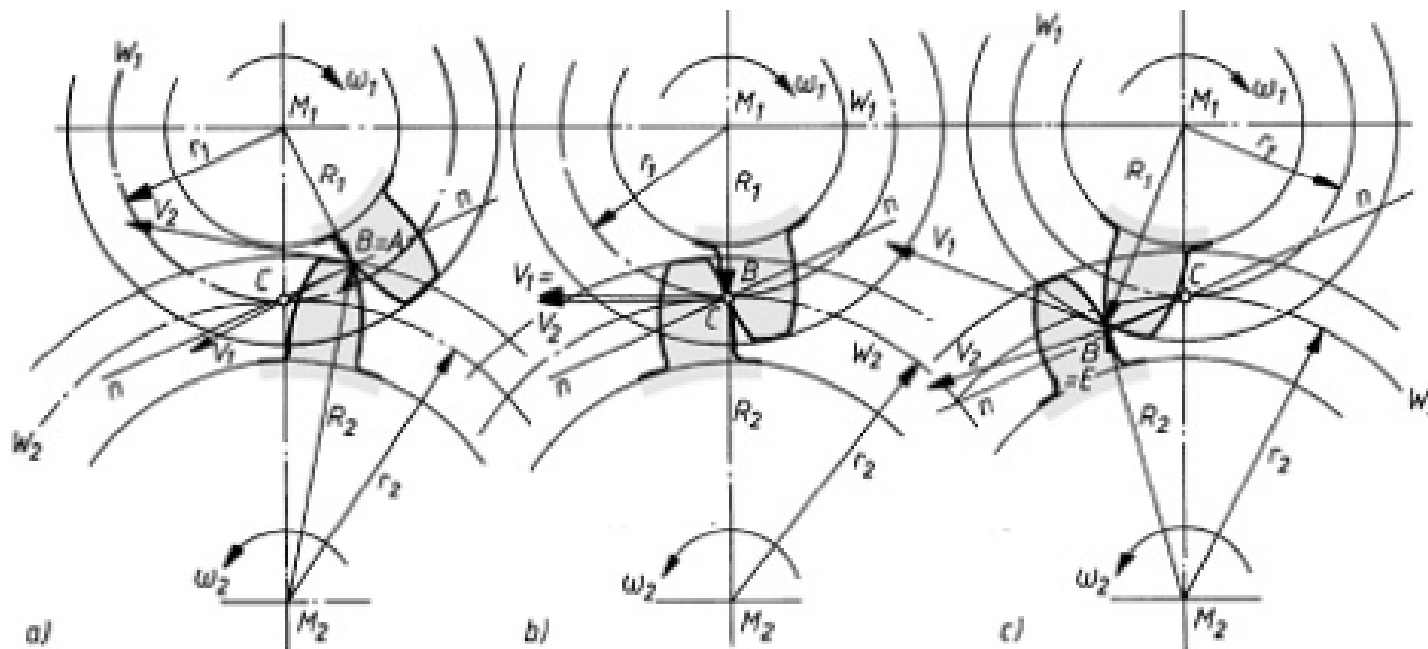
Основни услов спрезања

- На основу изведених законитости установљено је да облик профила зупца мора да обезбеди заједничку нормалу, која пролази кроз тачку С. То, даље, значи да тачке додира зубаца морају бити на правој која је у суштини та нормала која се назива **додирницом**.

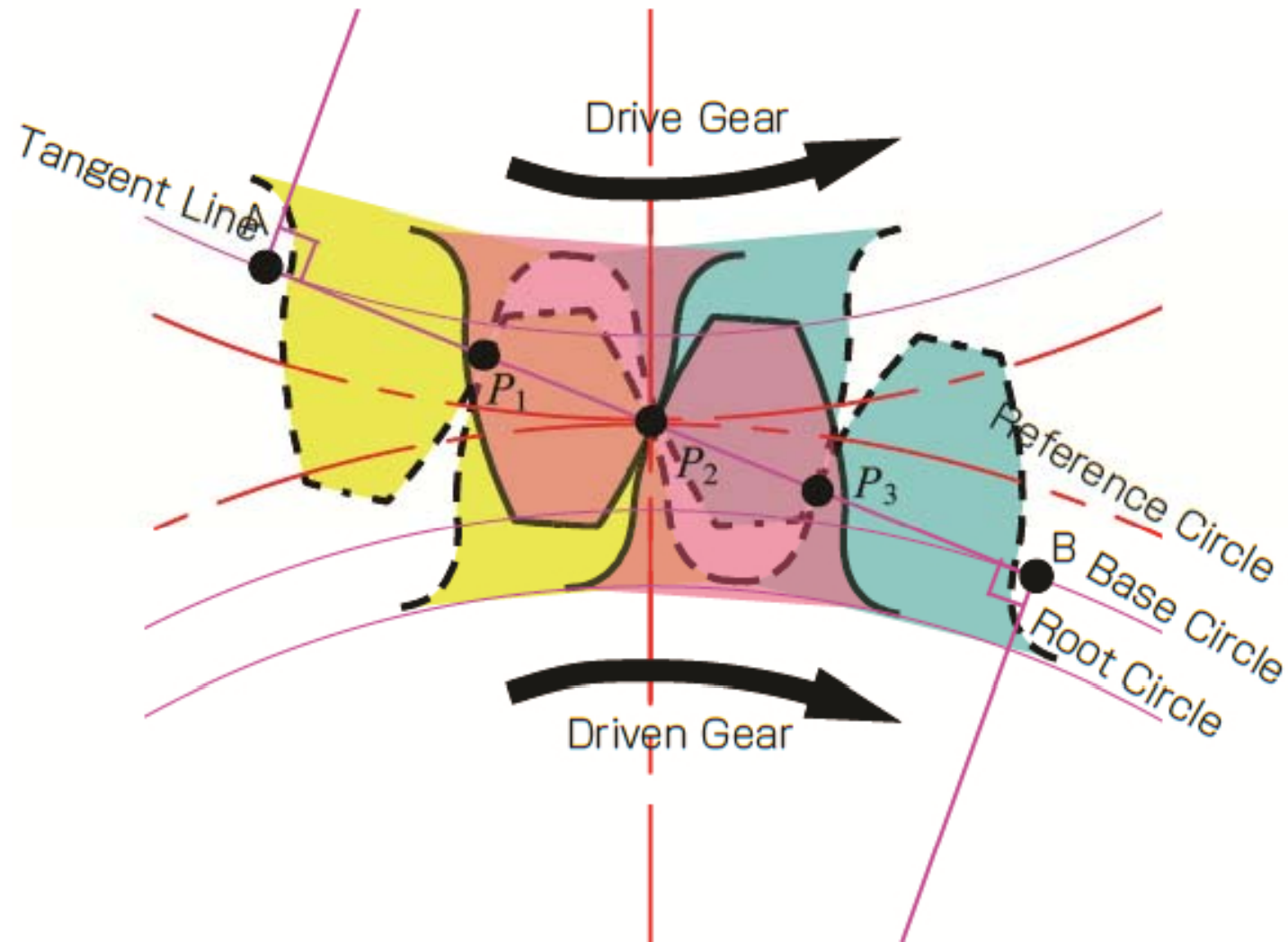


Основни услов спрезања

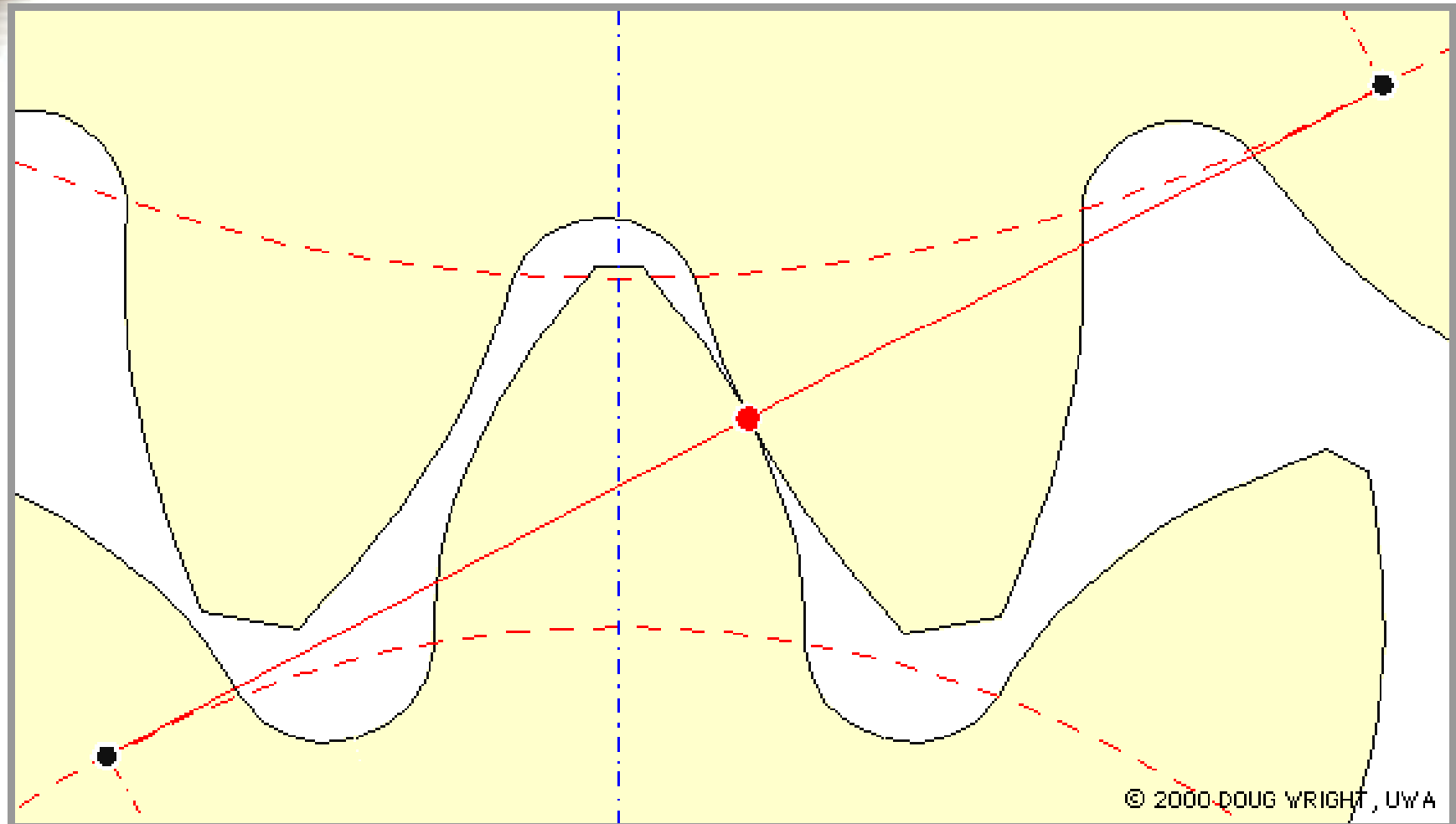
- Геометријско место свих тачака додира профила зубаца, посматран у оквиру непокретног координатног система везаног за обе осе обртања, представља путању тачака додира, тј. линију, која се назива **додирницом профила зубаца**.



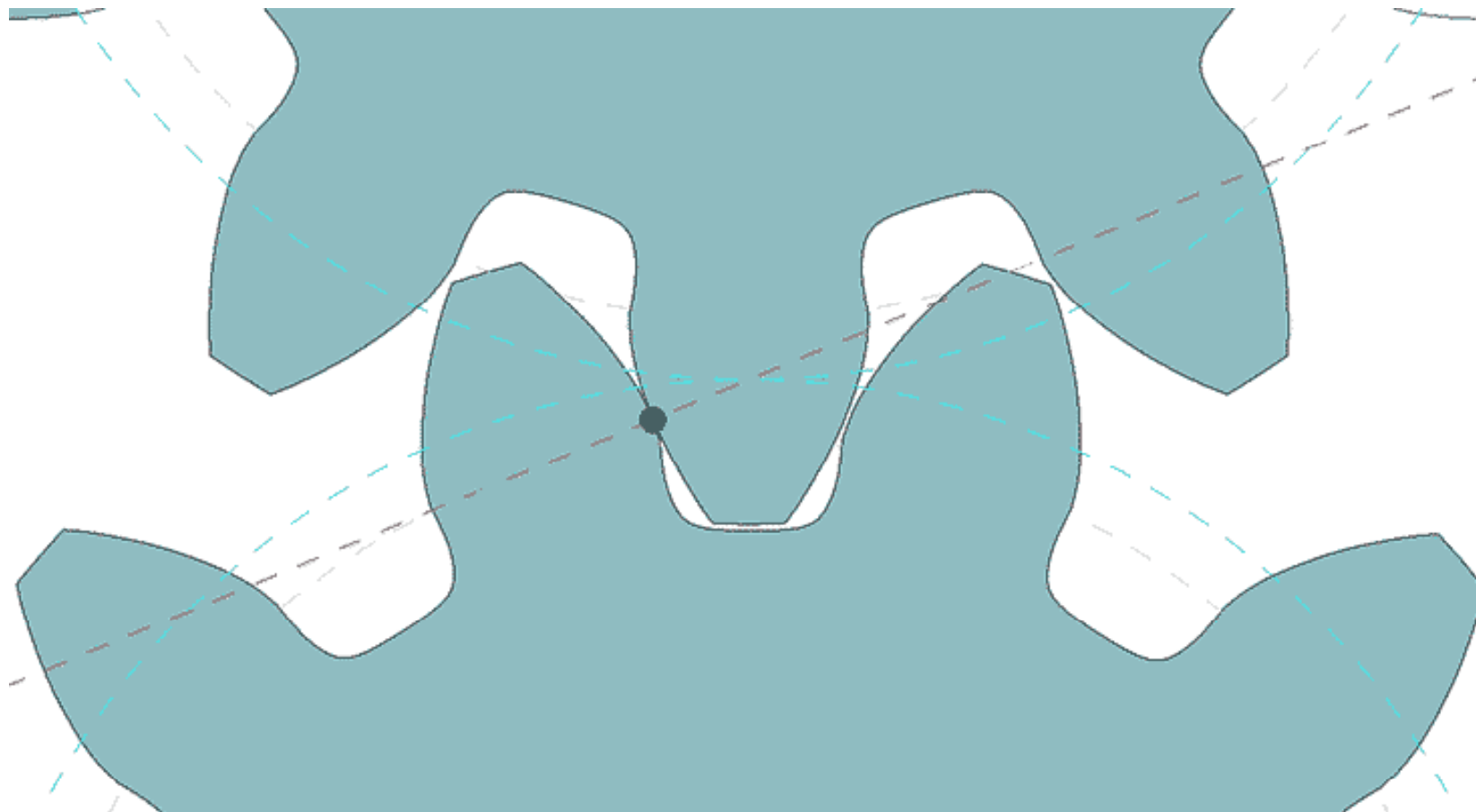
Основни услов спрезања



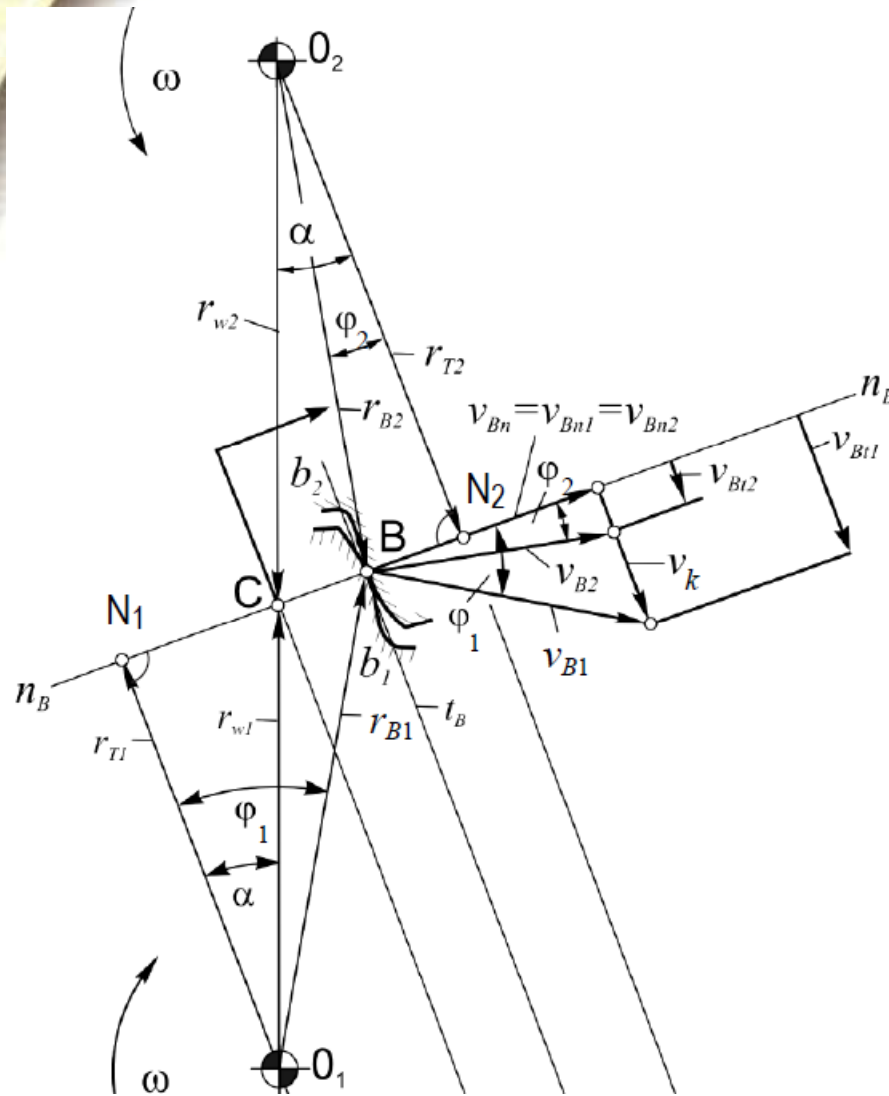
Основни услов спрезања



Основни услов спрезања

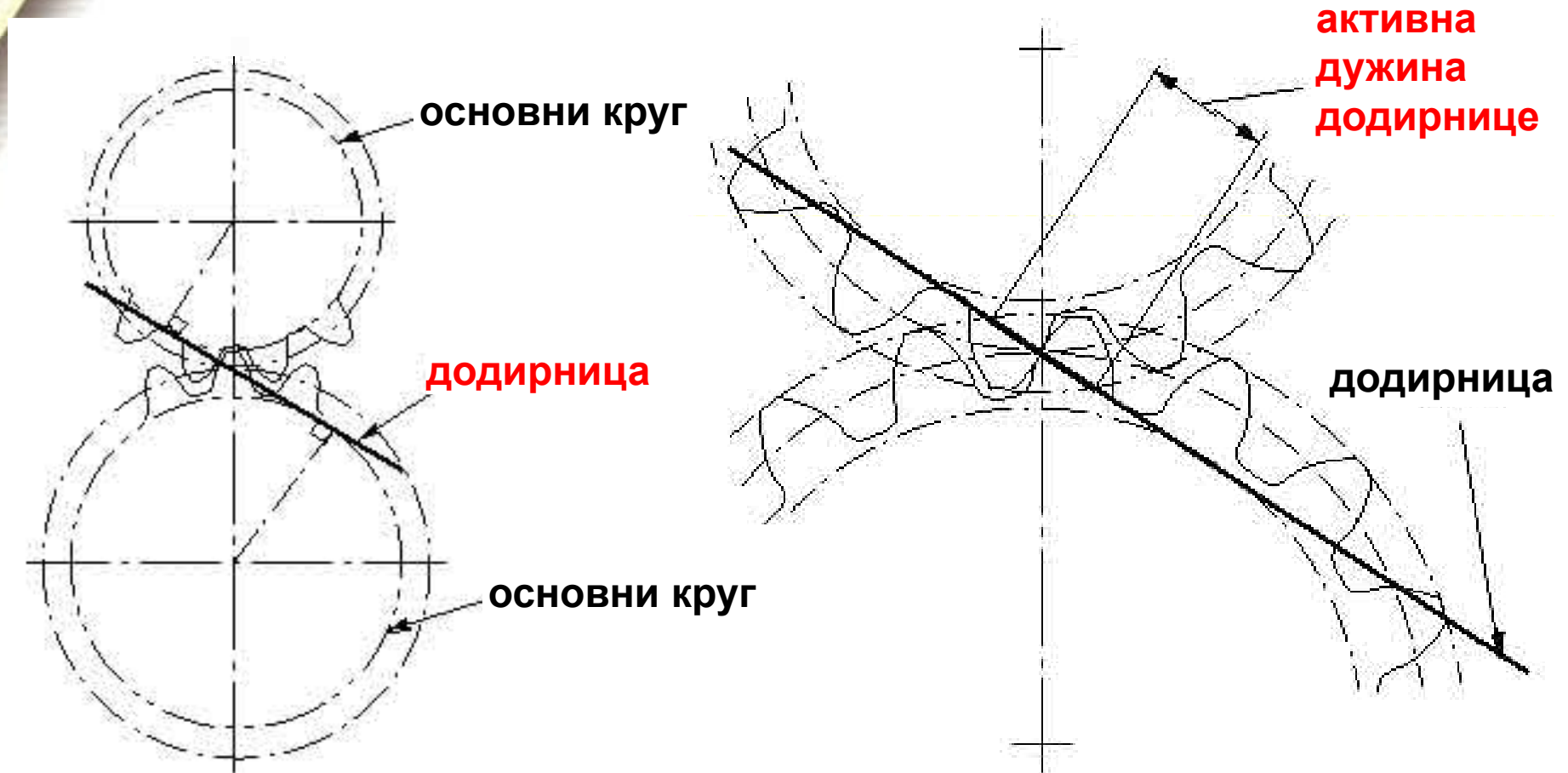


Основни услов спрезања



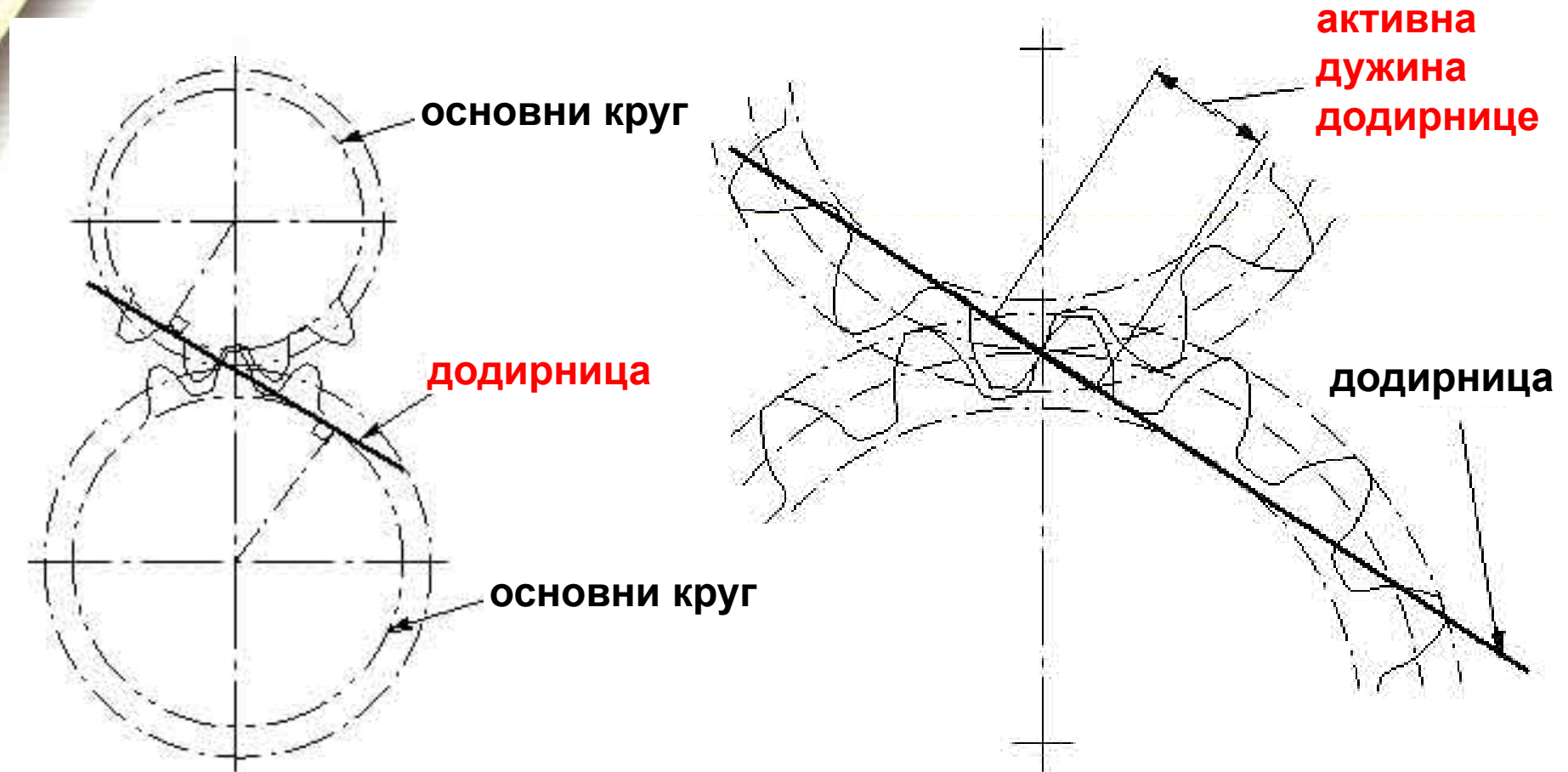
■ Најподеснији профил за обезбеђивање тога услова је **еволвента**, јер се у свакој њеној тачки може повући и тангента и нормала, при чему нормала увек тангира основну кружницу.

Основни услов спрезања



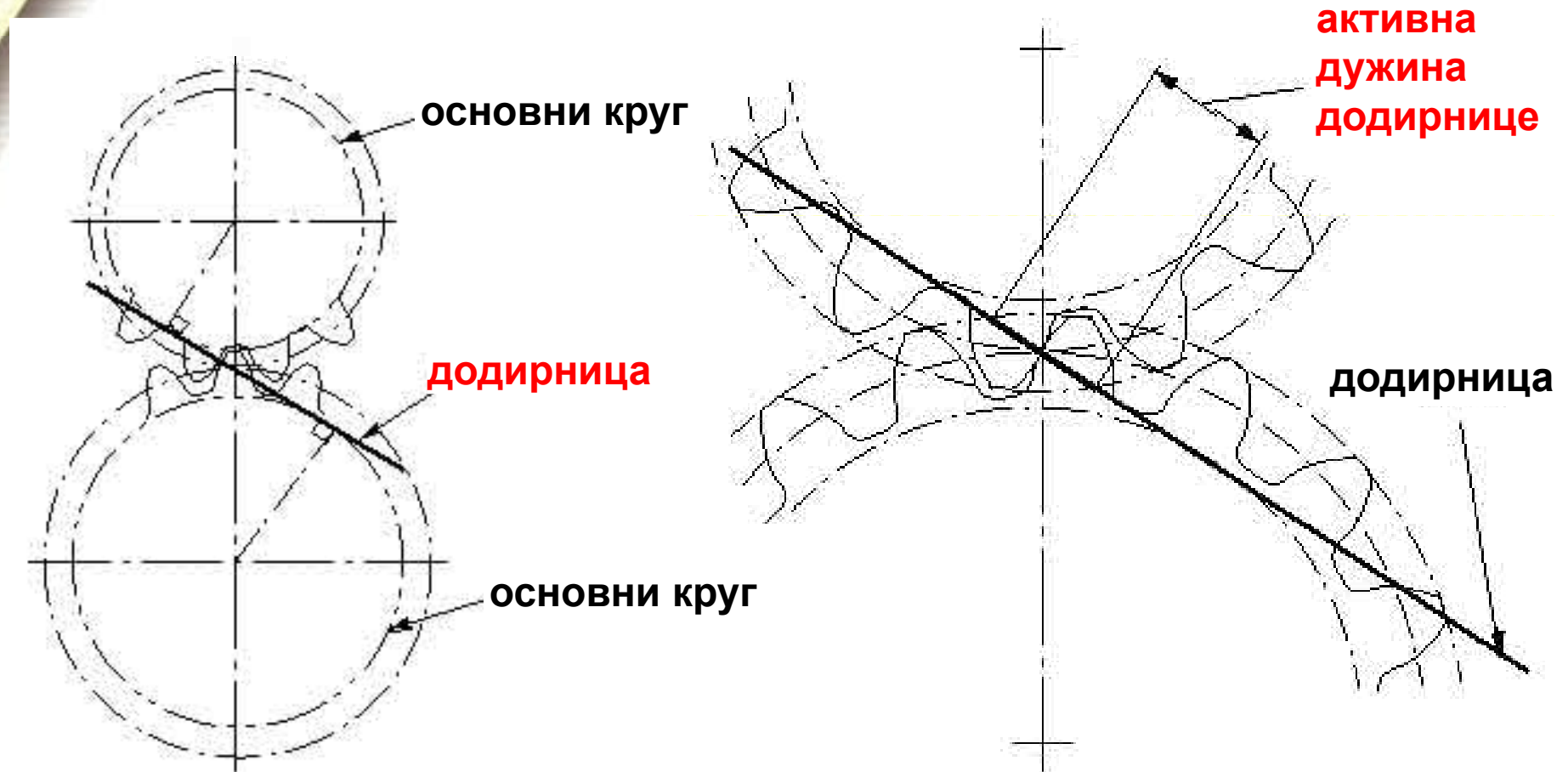
■ **Додирница** профила је геометријско место тачака додира спрегнутих профила у односу на непомичну раван.

Основни услов спрезања



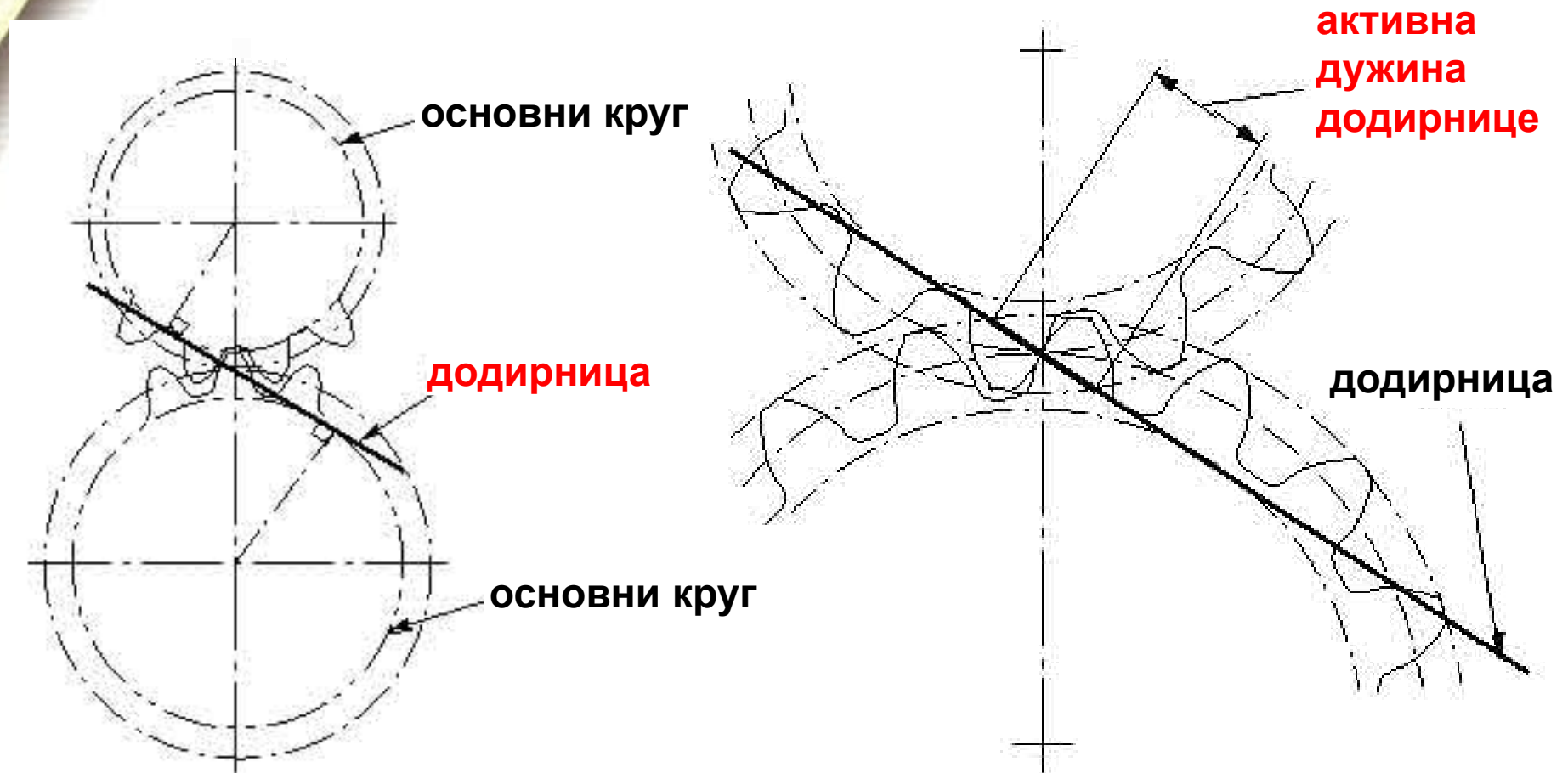
■ То је линија по којој се креће тачка додира и истовремено помера дуж профила зубаца.

Основни услов спрезања



■ Међутим од значаја је само такозвана **активна дужина додирнице**.

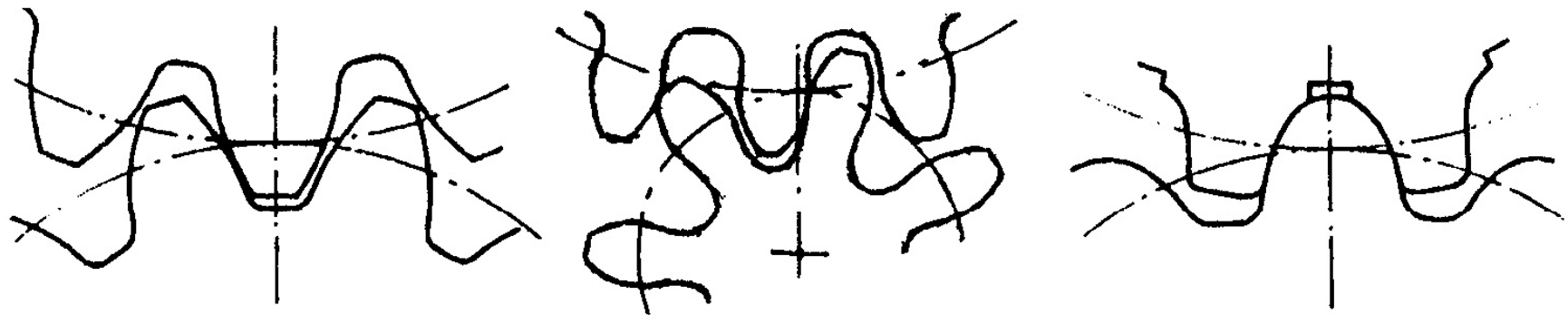
Основни услов спрезања



■ Активна дужина додирнице налази се између темених кружница спрегнутих зупчаника. Изван темених кружница нема додира.

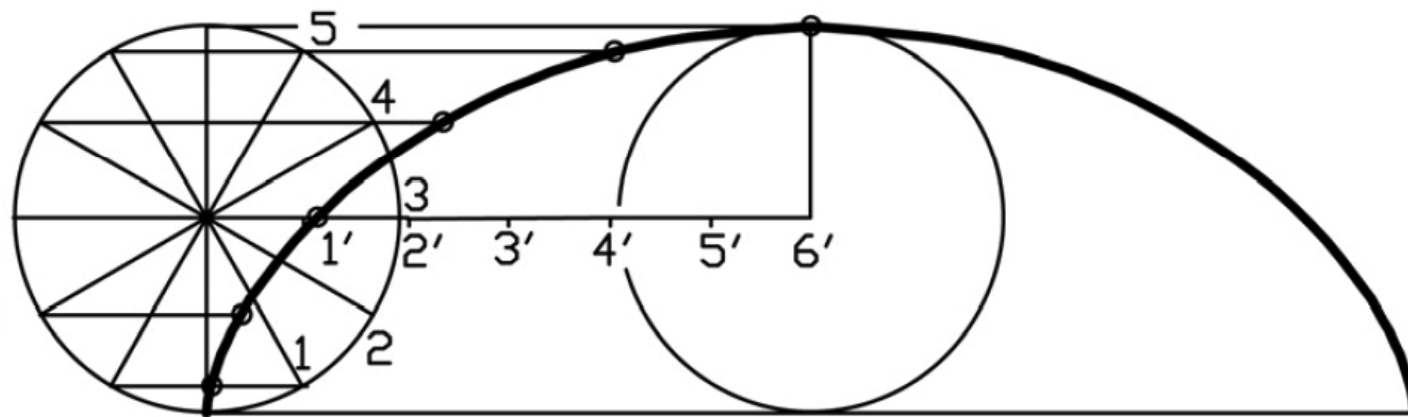
У зависности од облика **профила зупца** разликују се зупчаници са:

- еволвентним профилем (имају највећу примену, јер се лако израђују),
- циклоидним профилем (ретко се користе и поред низа предности јер су сложени за израду),
- профилем Новикова (веома ретко се користи због неусавршене технологије израде) и
- специјалним профилем.

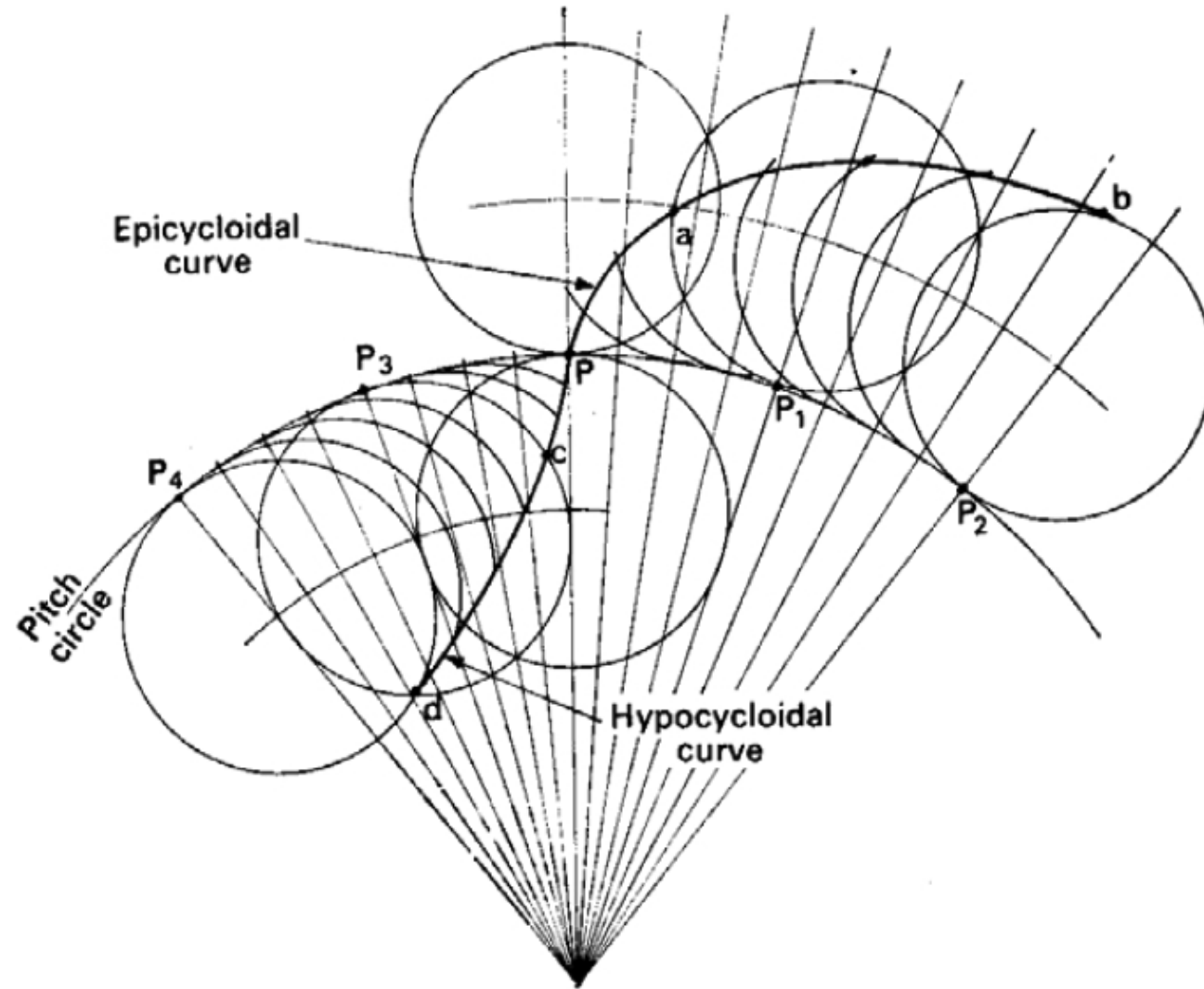


Профил еволвентног озубљења

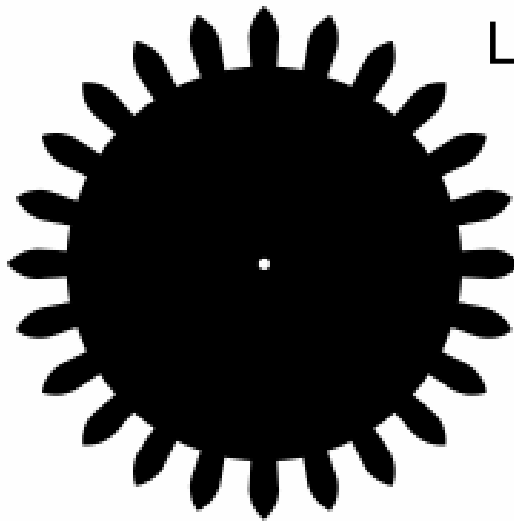
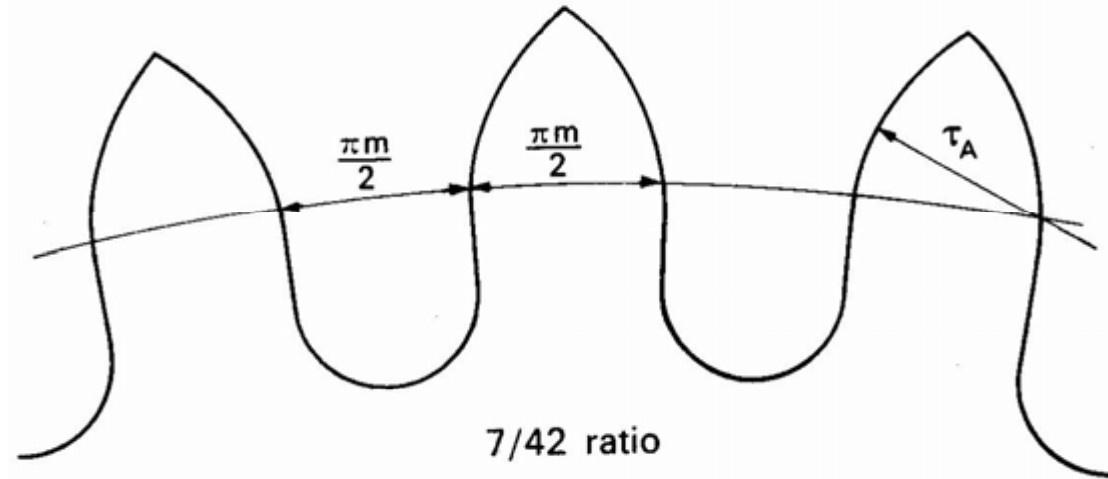
- У машинству се за облик профила зубаца најчешће користи еволвента и разне врсте циклоида. У том смислу разликују се **циклоидни и еволвентни зупчаници**.
- Профил бока у облику циклоиде није погодан за израду резањем, али је оптерећење на оваквом боку равномерније распоређено, те се углавном овај профил користи за већа оптерећења и за мање габаритне зупчанике који се израђују исецањем.



Профил еволвентног озубљења



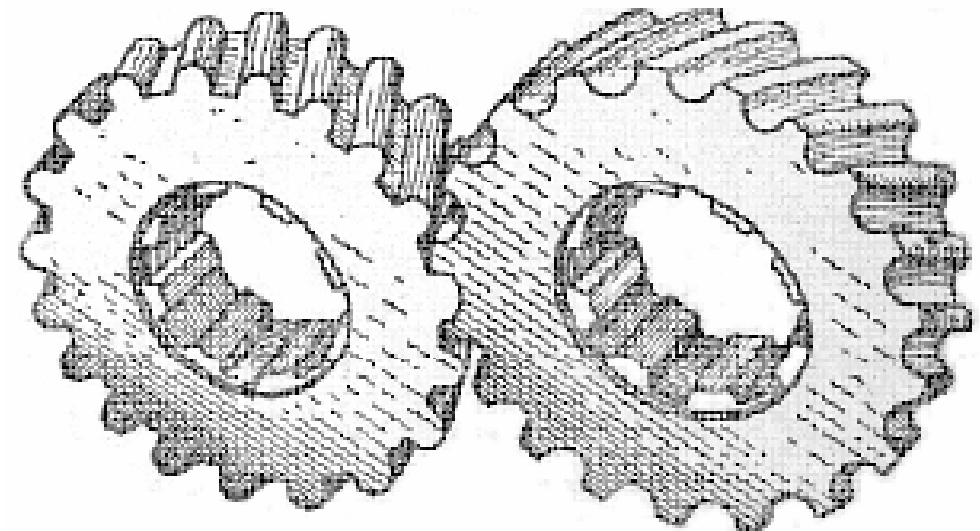
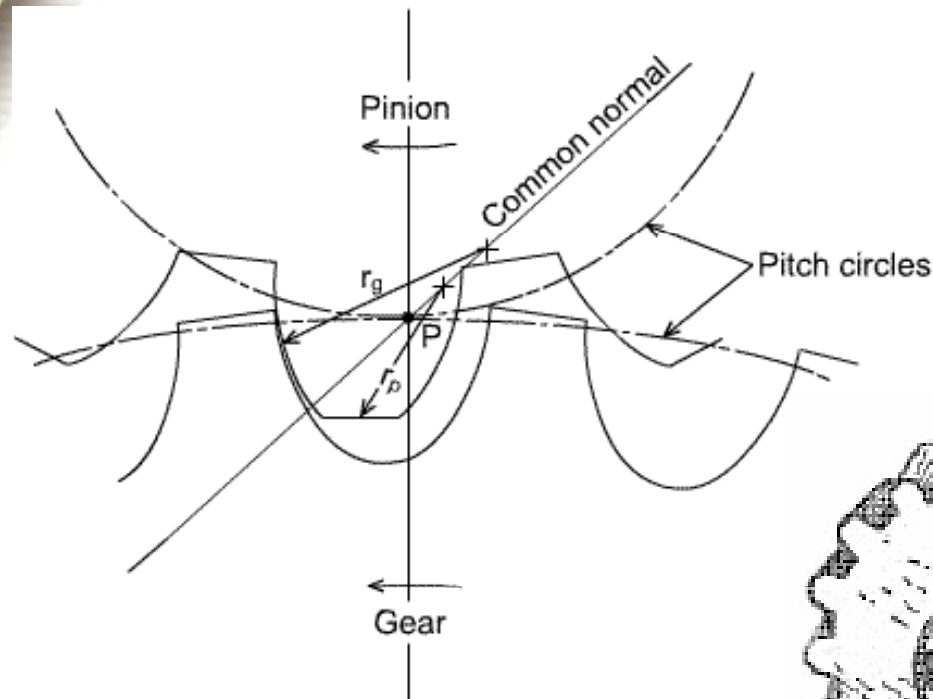
Профил еволвентног озубљења



Циклоидни профил



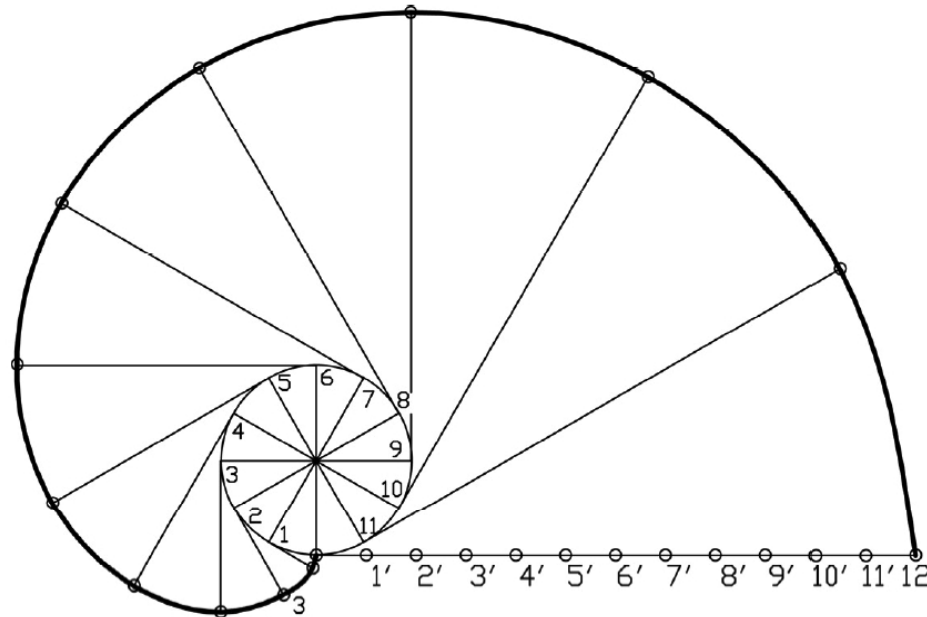
Профил еволвентног озубљења



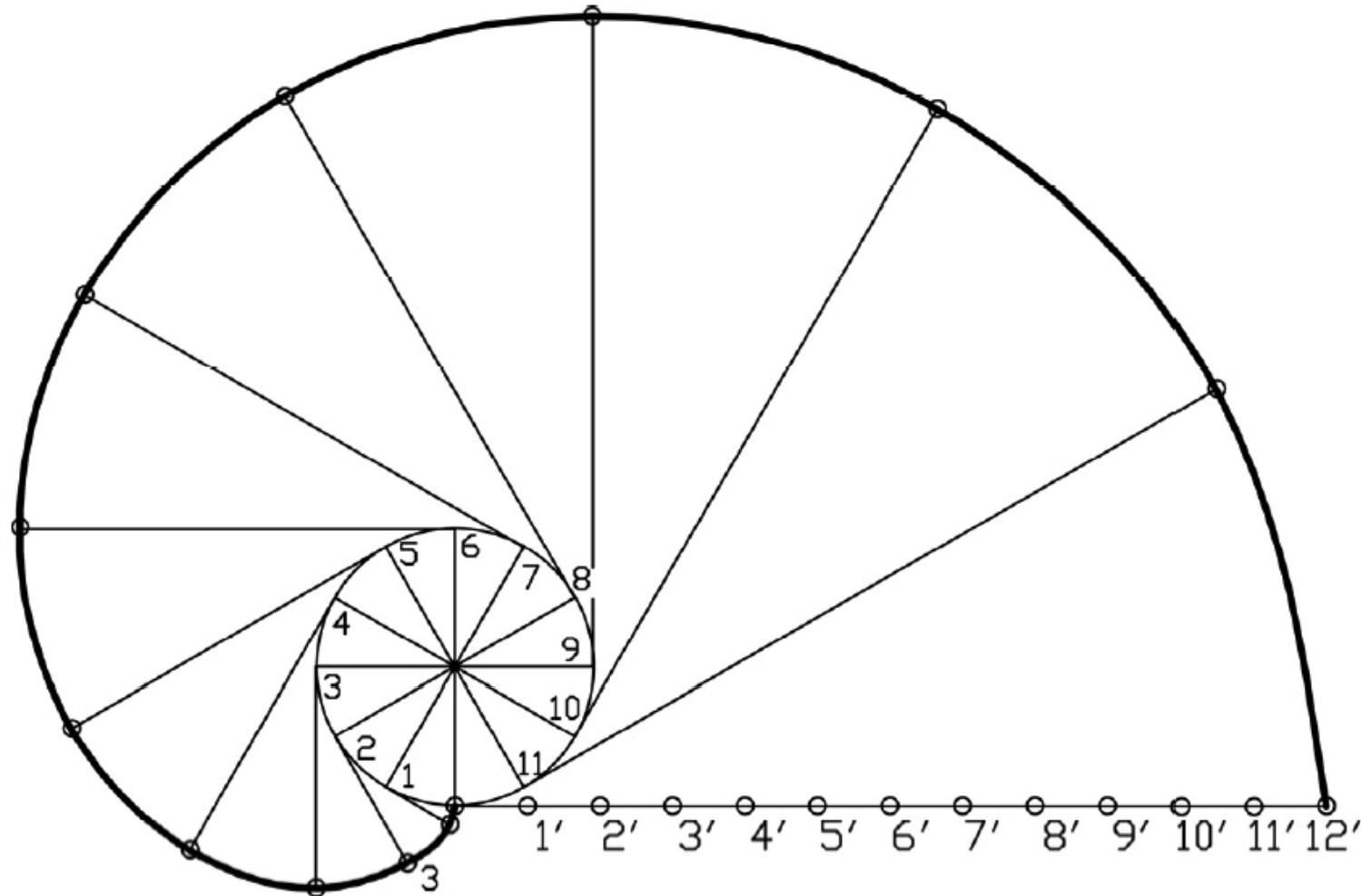
Профил Новикова

Профил еволвентног озубљења

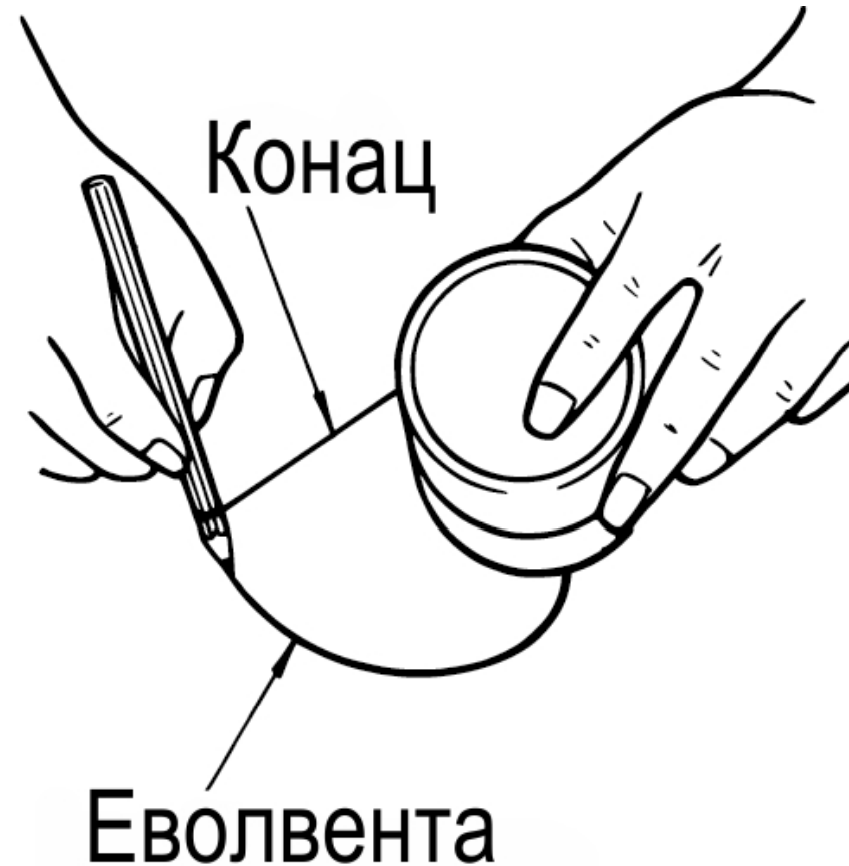
- Профил бока у облику еволвенте погоднији је за израду резањем (глодањем), те се углавном овај профил користи.
- Због својих предности као што су **релативно једноставна израда зупчаника** и **неосетљивост преносног односа на мање промене осног размака**, профил бока зуба зупчаника се најчешће израђује у облику еволвенте.



Профил еволвентног озубљења

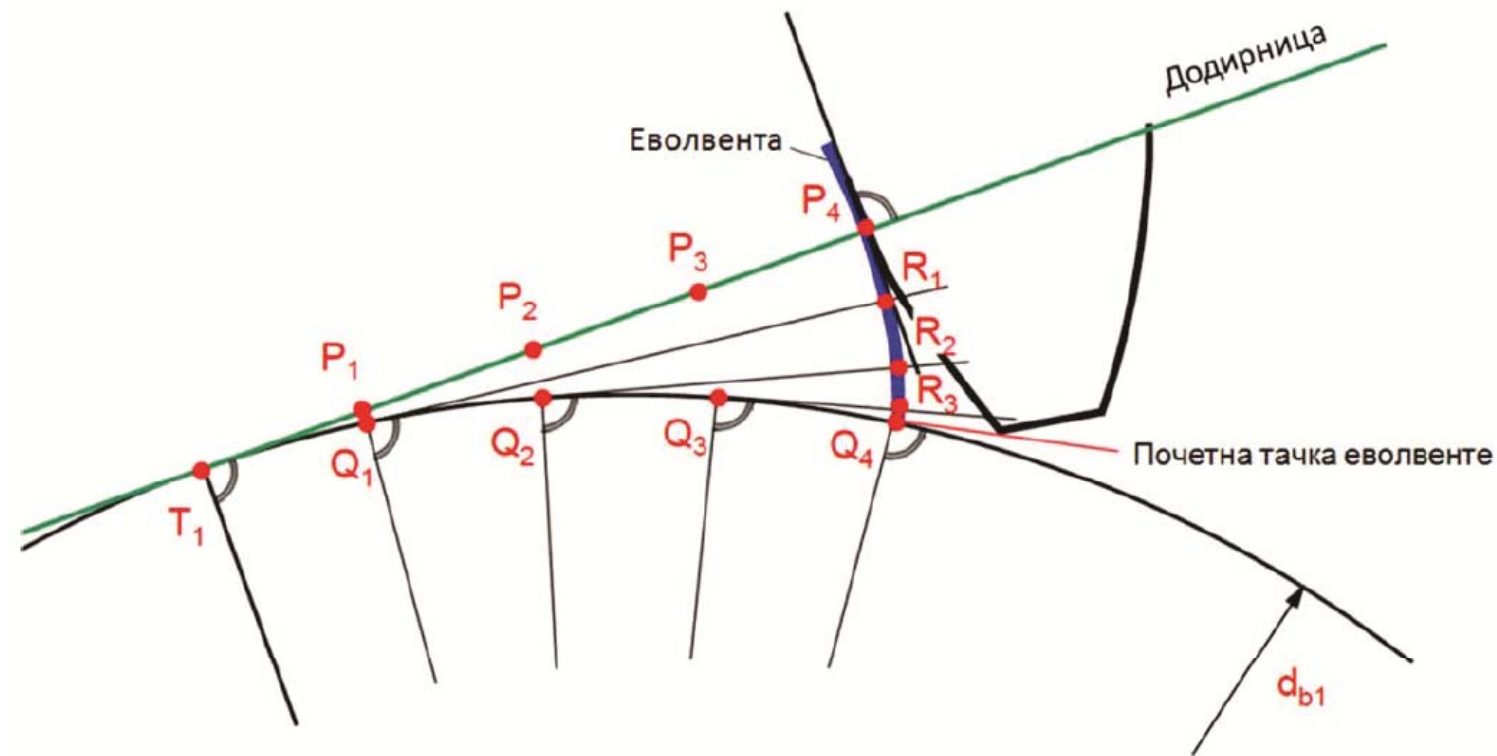


Профил еволвентног озубљења



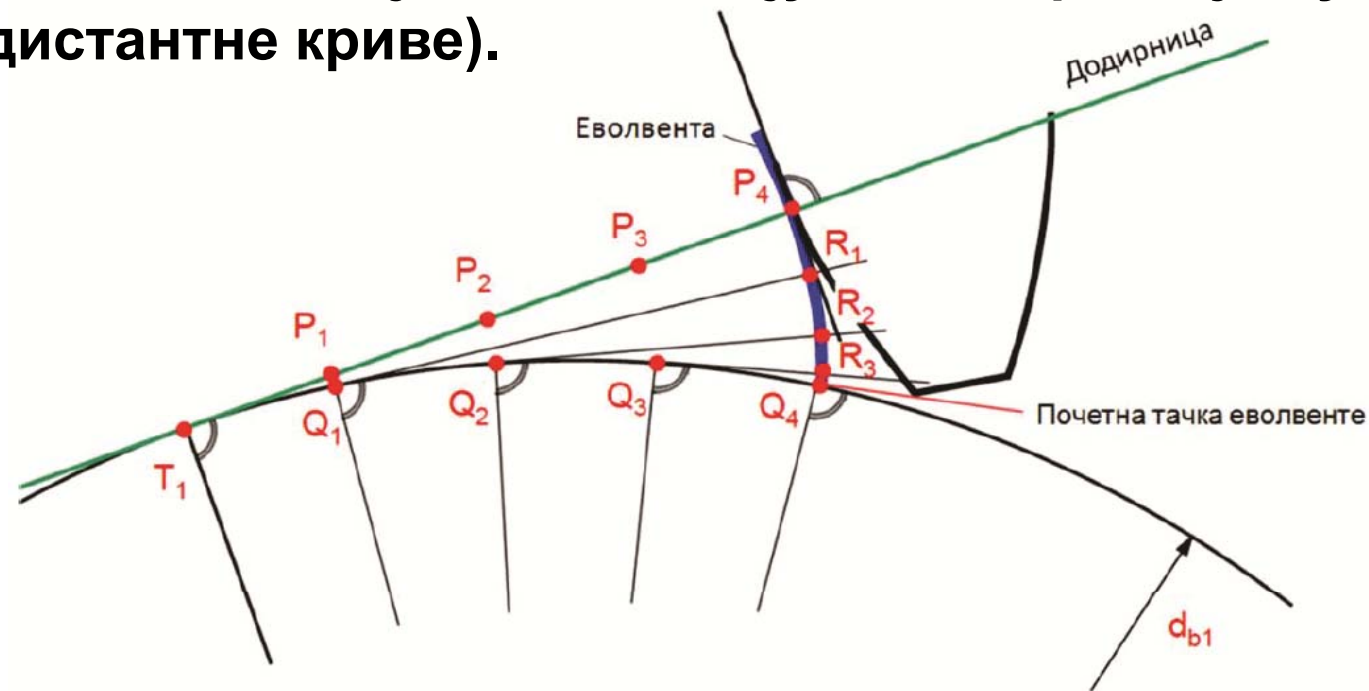
Профил еволвентног озубљења

- Еволвента круга је линија коју описује тачка на правој која се, без проклизавања, котрља по кружности.
- Та кружница се назива **основном кружницом** - d_b .

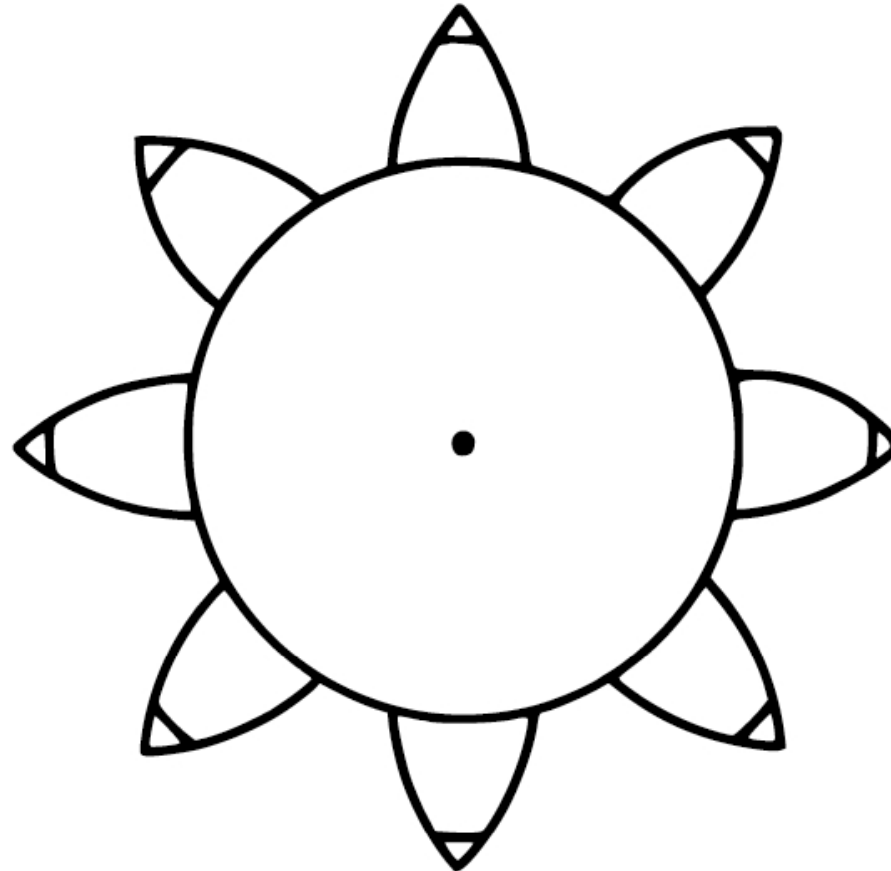


Профил еволвентног озубљења

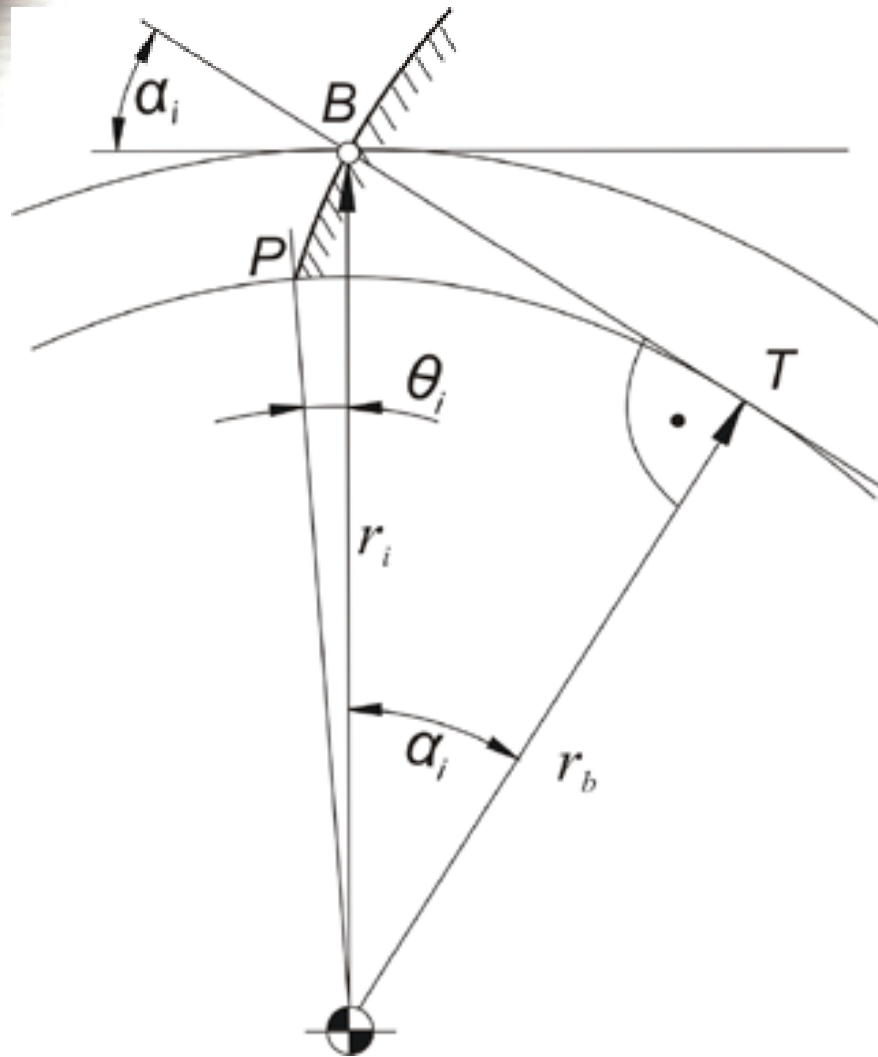
- При котрљању праве по непокретној кружници, свака тачка праве описује у равни криву линију која се назива **еволвента круга**. Кружница по којој се котрља права назива се **основна кружница**, а све на овај начин настале криве налазе се на једнаком међусобном растојању (еквидистантне криве).



Профил еволвентног озубљења



Профил еволвентног озубљења



- На свакој тачки еволвенте може се дефинисати **нападни угао α_i** и **еволвентни угао θ_i**
- Угао између нападне линије у некој тачки и тангенте на кружницу кроз исту тачку назива се **нападни угао профила α_i** .

$$\widehat{PT} = \overline{BT}$$

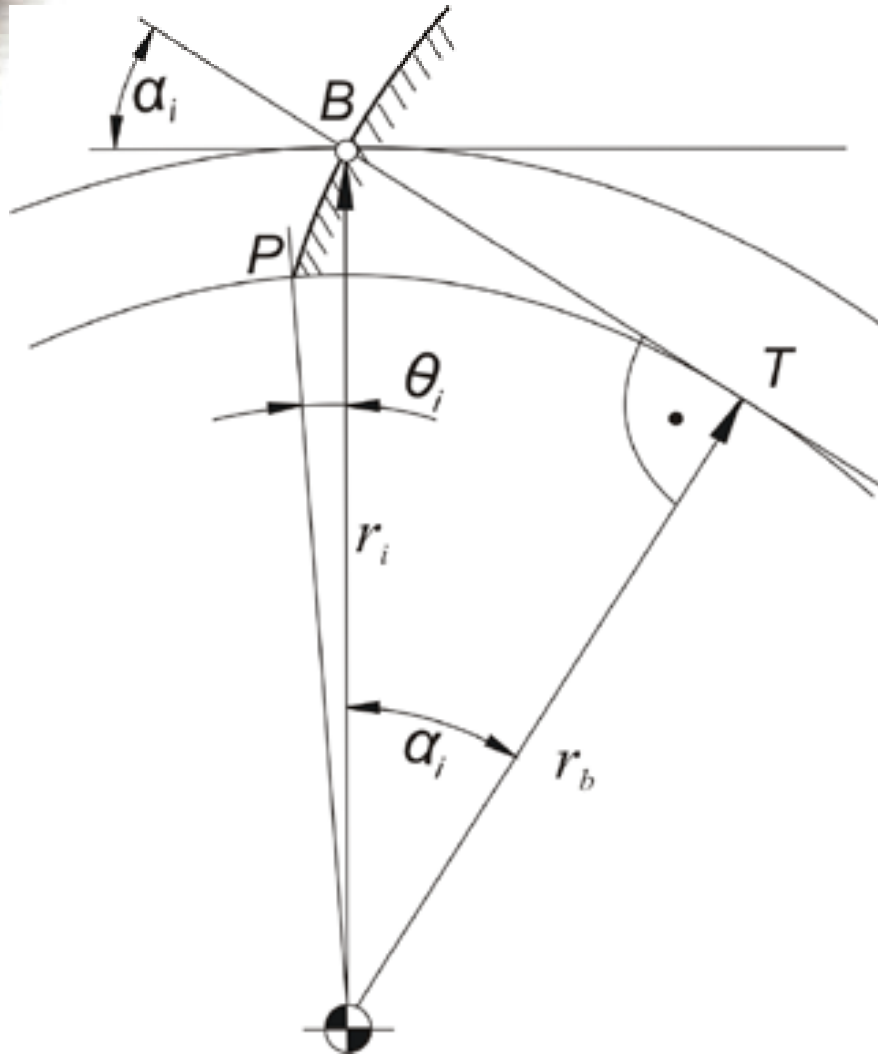
$$r_b (\theta_i + \alpha_i) = r_b \operatorname{tg} \alpha_i$$

$$\theta_i = \operatorname{inv} \alpha_i = \operatorname{tg} \alpha_i - \alpha_i$$

Профил еволвентног озубљења

α°	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9
10	0,001 7941	0,001 8489	0,001 9048	0,001 9619	0,002 0201	0,002 0795	0,002 1400	0,002 2017	0,002 2646	0,002 3288
11	0,002 3941	0,002 4607	0,002 5285	0,002 5975	0,002 6678	0,002 7394	0,002 8123	0,002 8865	0,002 9620	0,003 0389
12	0,003 1171	0,003 1966	0,003 2775	0,003 3598	0,003 4434	0,003 5285	0,003 6150	0,003 7029	0,003 7923	0,003 8831
13	0,003 9754	0,004 0692	0,004 1644	0,004 2612	0,004 3595	0,004 4593	0,004 5607	0,004 6636	0,004 7681	0,004 8742
14	0,004 9819	0,005 0912	0,005 2022	0,005 3147	0,005 4290	0,005 5448	0,005 6624	0,005 7817	0,005 9027	0,006 0254
15	0,006 1498	0,006 2760	0,006 4039	0,006 5337	0,006 6652	0,006 7985	0,006 9337	0,007 0706	0,007 2095	0,007 3501
16	0,007 4927	0,007 6372	0,007 7835	0,007 9318	0,008 0820	0,008 2342	0,008 3883	0,008 5444	0,008 7025	0,008 8626
17	0,009 0247	0,009 1889	0,009 3551	0,009 5234	0,009 6937	0,009 8662	0,010 0407	0,010 2174	0,010 3963	0,010 5773
18	0,010 760	0,010 946	0,011 133	0,011 323	0,011 515	0,011 709	0,011 906	0,012 105	0,012 306	0,012 509
19	0,012 715	0,012 923	0,013 134	0,013 346	0,013 562	0,013 779	0,013 999	0,014 222	0,014 447	0,014 674
20	0,014 904	0,015 137	0,015 372	0,015 609	0,015 850	0,016 092	0,016 337	0,016 585	0,016 836	0,017 089
21	0,017 345	0,017 603	0,017 865	0,018 129	0,018 395	0,018 665	0,018 937	0,019 212	0,019 490	0,019 770
22	0,020 054	0,020 340	0,020 629	0,020 921	0,021 217	0,021 514	0,021 815	0,022 119	0,022 426	0,022 736
23	0,023 049	0,023 365	0,023 684	0,024 006	0,024 332	0,024 660	0,024 992	0,025 326	0,025 664	0,026 005
24	0,026 350	0,026 697	0,027 048	0,027 402	0,027 760	0,028 121	0,028 485	0,028 852	0,029 223	0,029 600
25	0,029 975	0,030 357	0,030 741	0,031 130	0,031 521	0,031 917	0,032 315	0,032 718	0,033 124	0,033 534
26	0,033 947	0,034 364	0,034 785	0,035 209	0,035 637	0,036 069	0,036 505	0,036 945	0,037 388	0,037 835
27	0,038 287	0,038 742	0,039 201	0,039 664	0,040 131	0,040 602	0,041 076	0,041 556	0,042 039	0,042 526
28	0,043 017	0,043 513	0,044 012	0,044 516	0,045 024	0,045 537	0,046 054	0,046 575	0,047 100	0,047 630
29	0,048 164	0,048 702	0,049 245	0,049 792	0,050 344	0,050 901	0,051 462	0,052 027	0,052 597	0,053 172
30	0,053 751	0,054 336	0,054 924	0,055 518	0,056 116	0,056 720	0,057 328	0,057 940	0,058 558	0,059 181
31	0,059 809	0,060 441	0,061 079	0,061 721	0,062 369	0,063 022	0,063 680	0,064 343	0,065 012	0,065 685
32	0,066 364	0,067 048	0,067 738	0,068 432	0,069 133	0,069 838	0,070 549	0,071 266	0,071 988	0,072 716
33	0,073 449	0,074 188	0,074 932	0,075 683	0,076 439	0,077 200	0,077 968	0,078 741	0,079 520	0,080 306
34	0,081 097	0,081 894	0,082 697	0,083 506	0,084 321	0,085 142	0,085 970	0,086 804	0,087 644	0,088 490
35	0,089 342	0,090 201	0,091 067	0,091 938	0,092 816	0,093 701	0,094 592	0,095 490	0,096 395	0,097 306
36	0,098 224	0,099 149	0,100 080	0,101 019	0,101 964	0,102 916	0,103 875	0,104 841	0,105 814	0,106 795
37	0,107 782	0,108 777	0,109 779	0,110 788	0,111 805	0,112 829	0,113 860	0,114 899	0,115 945	0,116 999
38	0,118 061	0,119 130	0,120 207	0,121 291	0,122 384	0,123 484	0,124 592	0,125 709	0,126 833	0,127 965
39	0,129 106	0,130 254	0,131 411	0,132 576	0,133 750	0,134 931	0,136 122	0,137 320	0,138 528	0,139 743
40	0,140 968	0,142 201	0,143 443	0,144 694	0,145 954	0,147 222	0,148 500	0,149 787	0,151 083	0,152 388
41	0,153 702	0,155 025	0,156 358	0,157 700	0,159 052	0,160 414	0,161 785	0,163 165	0,164 556	0,165 956
42	0,167 366	0,168 786	0,170 216	0,171 656	0,173 106	0,174 566	0,176 037	0,177 518	0,179 009	0,180 511
43	0,182 024	0,183 547	0,185 080	0,186 625	0,188 180	0,189 746	0,191 324	0,192 912	0,194 511	0,196 122
44	0,197 744	0,199 377	0,201 022	0,202 678	0,204 346	0,206 026	0,207 717	0,209 420	0,211 135	0,212 863

Профил еволвентног озубљења



■ **Нападни угао профила α_i** може да се одреди према:

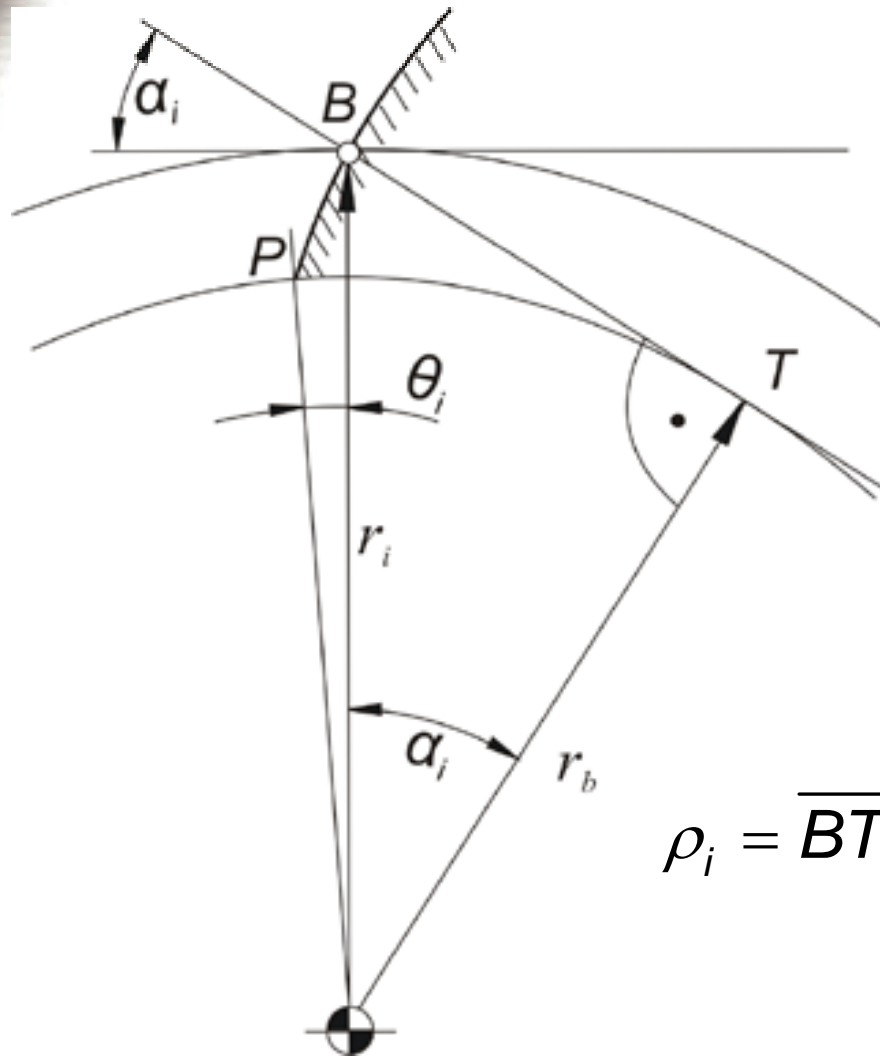
$$\cos \alpha_i = \frac{r_b}{r_i} = \frac{d_b}{d_i}$$

■ **Нападна линија профила зупца на подеоној кружници пречника d има нападни угао α па је:**

$$\cos \alpha = \frac{d_b}{d}$$

$$d_b = d \cos \alpha$$

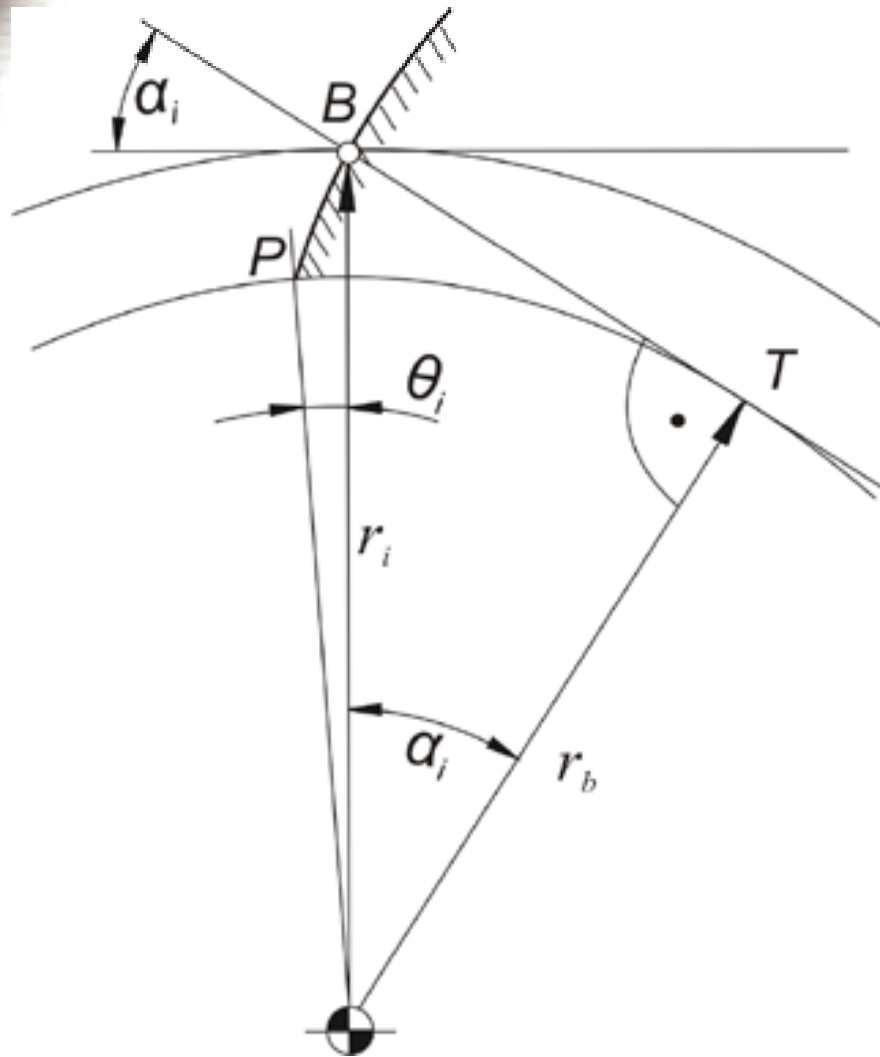
Профил еволвентног озубљења



■ Полупречник кривине еволвентног профила може да се одреди као:

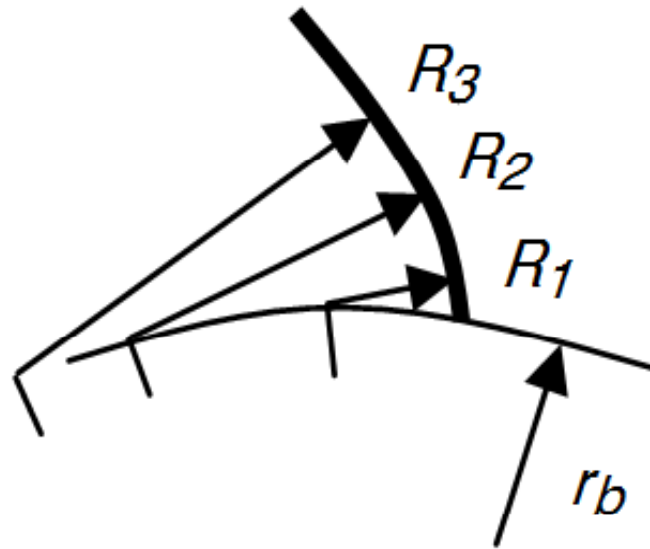
$$\rho_i = \overline{BT} = \sqrt{r_i^2 - r_b^2} = r_b \operatorname{tg} \alpha_i = r_i \sin \alpha_i$$

Профил еволвентног озубљења



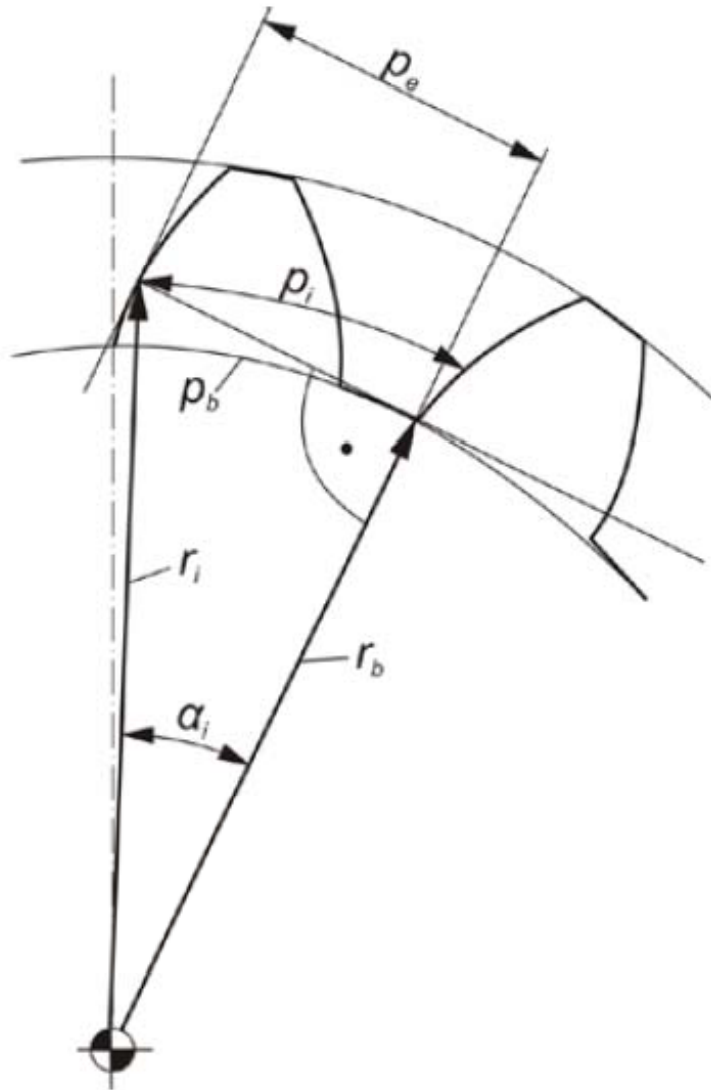
- За профил зупца се може користити доњи и горњи део еволвенте, при чему је у доњем делу бок зубца више закривљен, а у горњем мање, што се значајно одражава на напоне у боковима зубаца.

Профил еволвентног озубљења



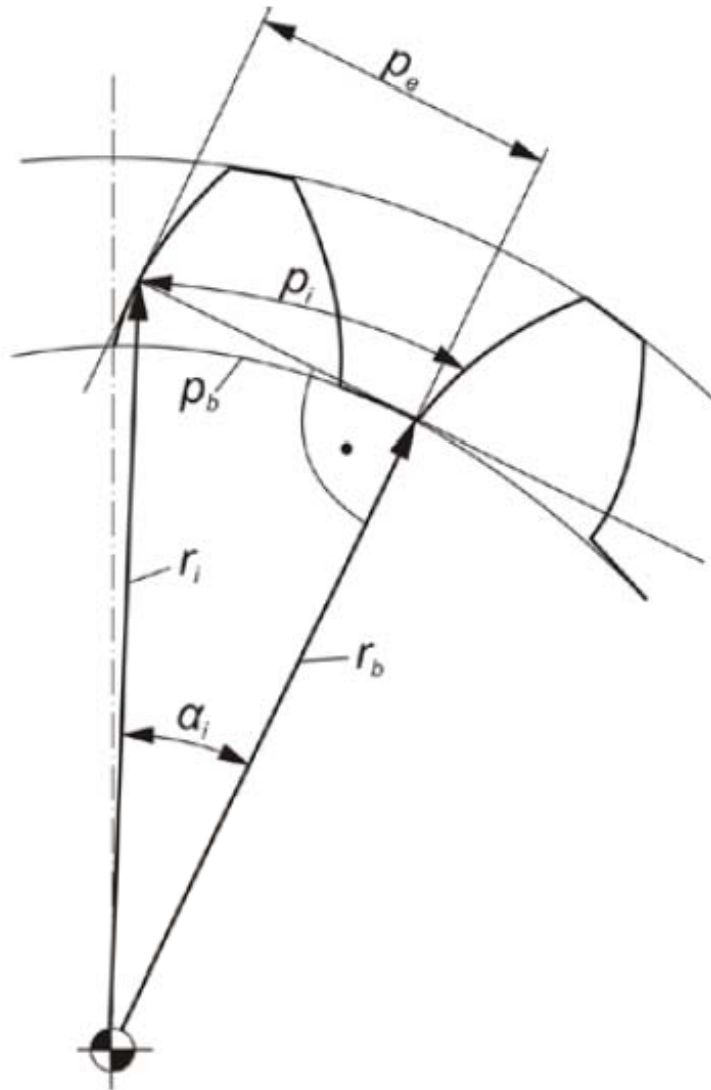
■ На месту већег радијуса мањи је површински притисак, и обратно, због чега је пожељно да се контакт обавља на месту већег радијуса, како би бок зупца био што мање оптерећен на површински притисак.

Основни корак профила



■ **Основни корак профила p_b**
- нормално растојање два истоимена суседна профила је у ствари корак профила на основној кружници.

Основни корак профила



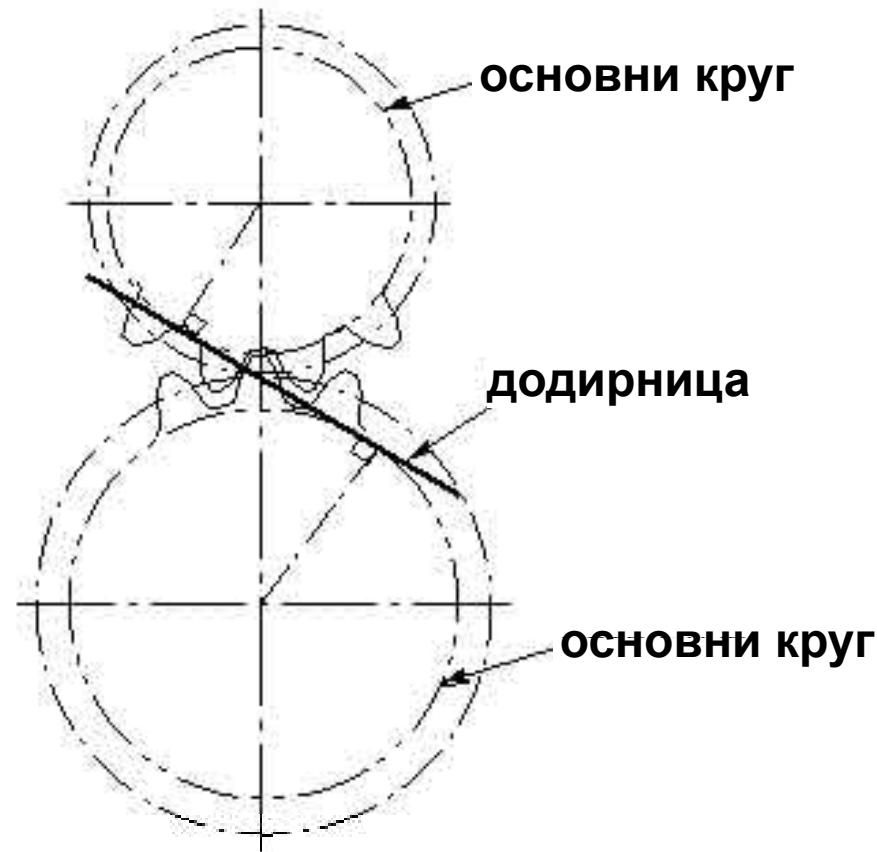
- Корак профила на било ком другом пречнику r_i може да се одреди зависно од корака на основној кружници p_b

$$p_b = \frac{d_b \pi}{z} = \frac{d_i \pi \cos \alpha_i}{z} = p_i \cos \alpha_i$$

$$d_b = d_i \cos \alpha_i$$

$$p = \frac{p_b}{\cos \alpha}$$

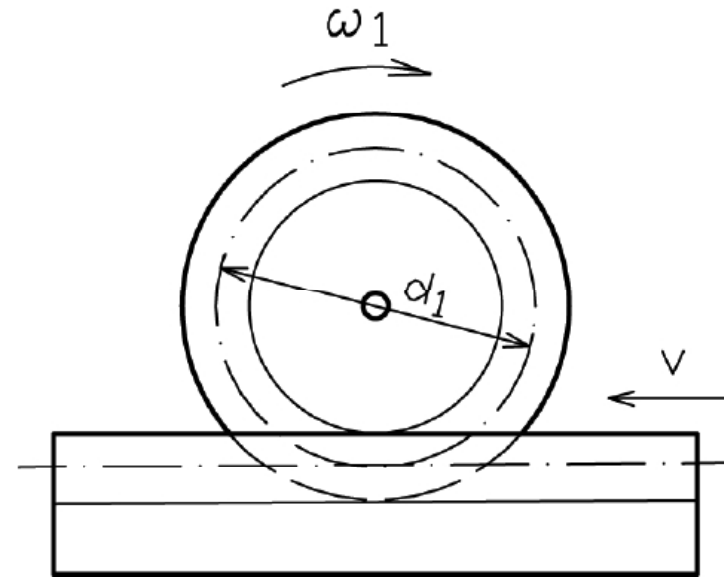
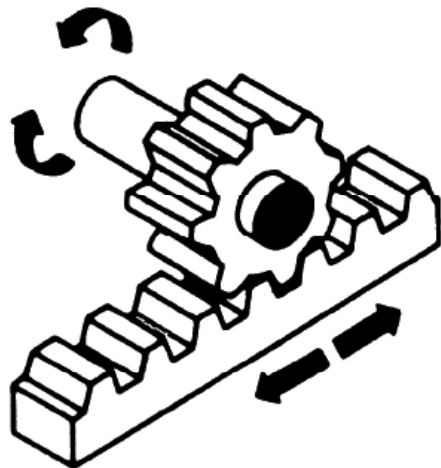
Угао додирнице



■ У било којој тачки додире нападни углови профила спрегнутих зупчаника су различити. **Једино у тренутном полу оба нападна угла су међусобно једнака** и поклапају се са углом између додирнице и заједничке тангенте кинематских кружница у тренутном полу. Због тога се овај угао назива **угао додирнице α_n (α_w)**.

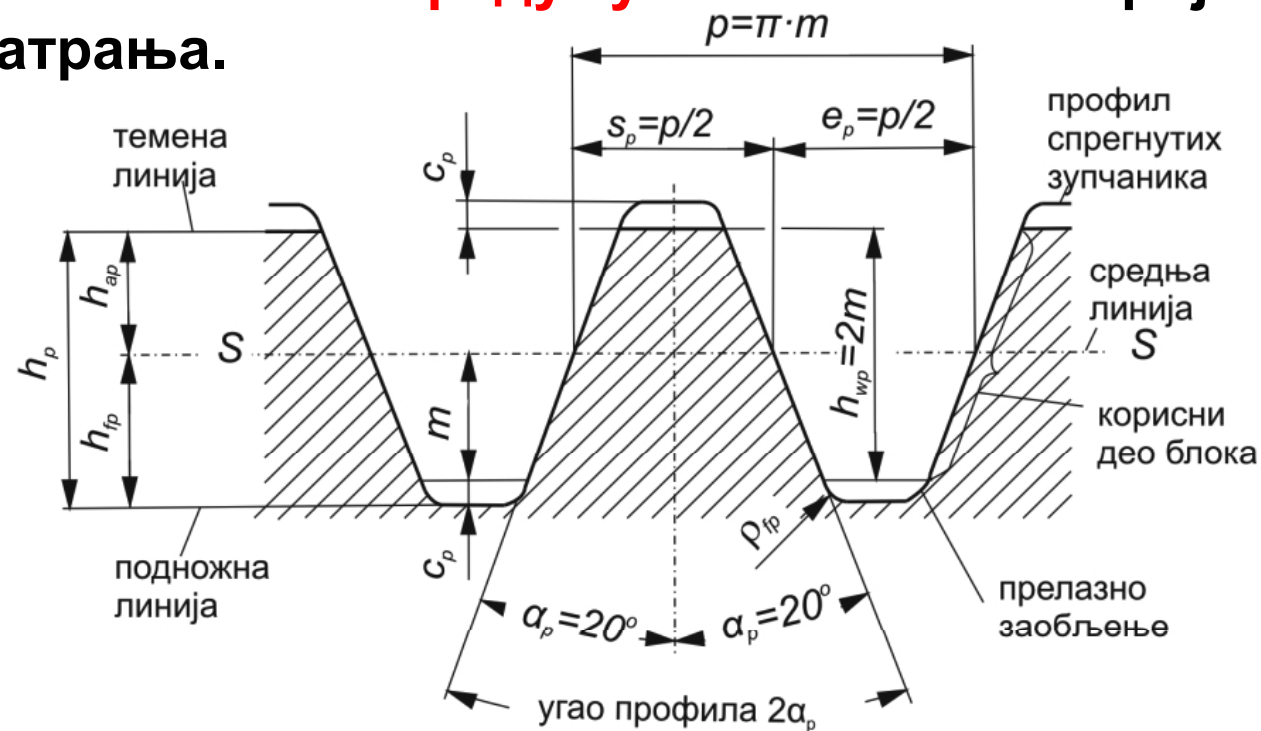
Профил еволвентног озубљења

- Облик профила зупца зупчаника, у општем случају, може бити произвољна крива линија али је за практичну примену најповољнија еволвента круга, пошто нормала, било које тачке еволвенте, тангира основну кружницу.
- Ако пречници d_{b1} и d_{b2} односно полупречници r_{b1} и r_{b2} теже ∞ , онда ће еволвенте прећи у праве линије које су управне на додирницу.



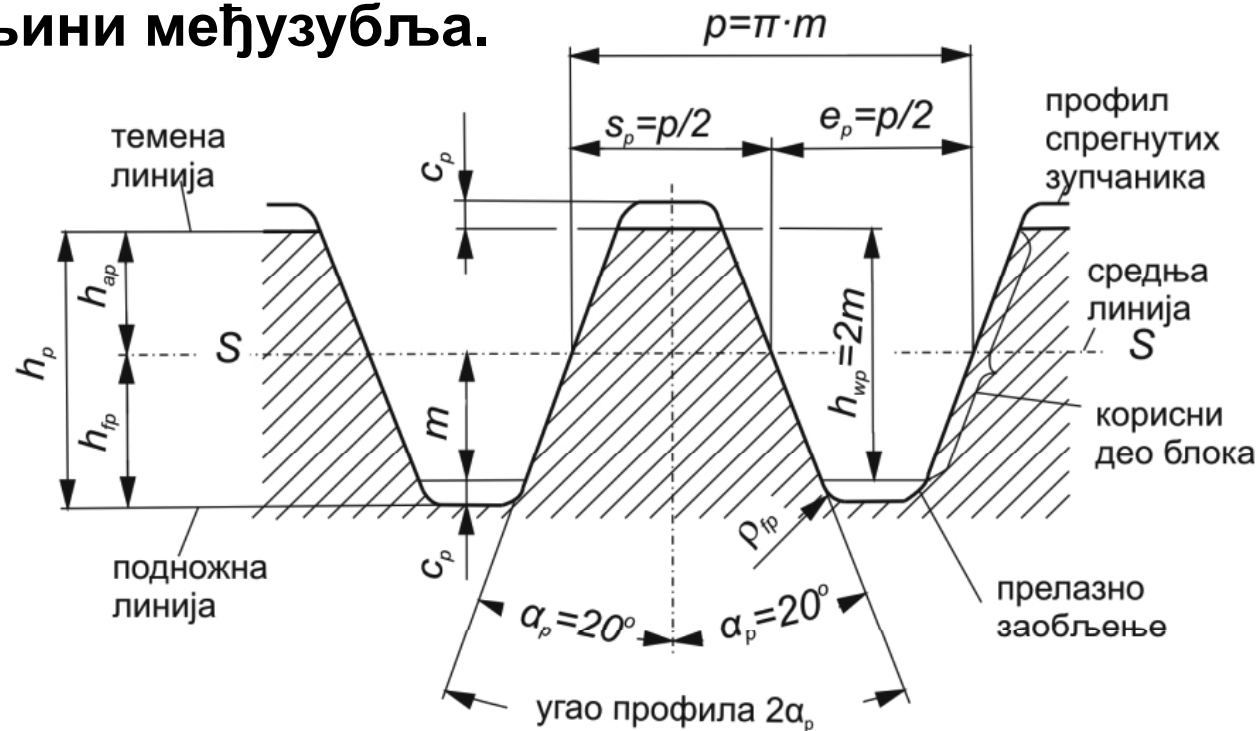
Профил еволвентног озубљења

■ Зупци са праволинијским профилем могу се једноставно и тачно израдити па је с тога овакав профил усвојен као основни профил зупчаника и користи се и као **профил алата за израду зупчаника** и за теоријска разматрања.



Профил еволвентног озубљења

- Основна зупчаста летва има бок зупца зупчаника у облику праве линије.
- Код стандардног профила карактеристична је **средња линија профила**, код које је дебљина зупца једнака дебљини међузубља.



Питања ...

