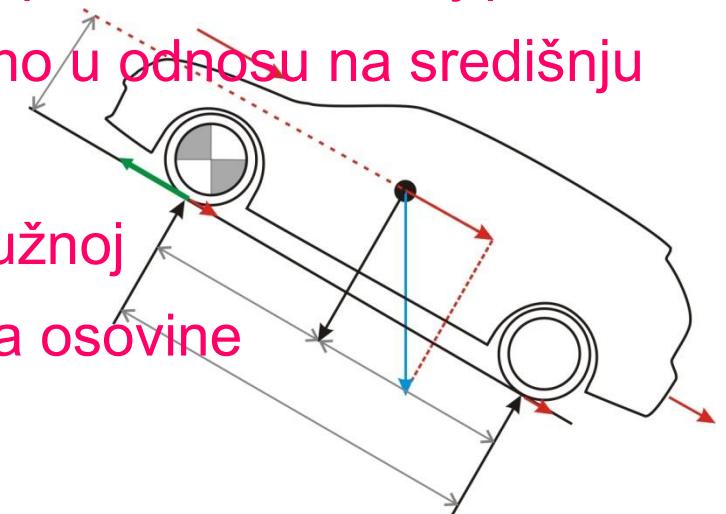


# UZDUŽNA DINAMIKA VOZILA

## MODEL VOZILA U UZDUŽNOJ DINAMICI

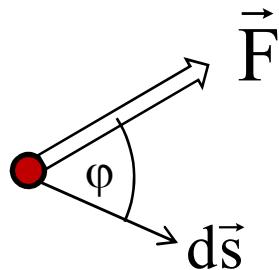
- Zanemaruju se sva pomeranja u pravcima normalnim na pravac kretanja ( $\sum Z_i = 0$ ,  $\sum Y_i = 0$ )
- Zanemaruju se svi vidovi pobuda na oscilovanje i vibracije, i sve vrste deformacija
- Vozilo se kreće translatorno pravolinijski po idealno ravnoj podlozi
- Dejstvo svih sila i momenata je simetrično u odnosu na središnju uzdužnu ravan vozila
- Vozilo se posmatra u jednoj ravni – uzdužnoj
- Sile na pojedinim točkovima svode se na osovine



## SNAGA – podsetnik iz mehanike

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{dA}{dt}$$

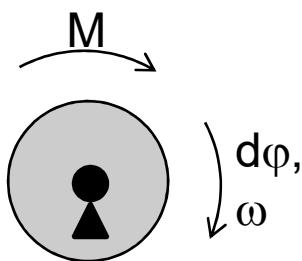
- priraštaj energije. tj. izvršeni rad u jedinici vremena



$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F \cdot ds \cdot \cos \varphi$$

Uzdužna dinamika vozila – sve sile deluju duž x-ose ( $\varphi = 0$ )

$$\Rightarrow dA = F \cdot ds$$



O.K.T.O.N.O.

$$\Rightarrow dA = M \cdot d\varphi$$

## SNAGA – praktična upotreba

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{F \cdot ds}{dt} = F \cdot v \quad - \text{za translatorno kretanje}$$

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{M \cdot d\varphi}{dt} = M \cdot \omega \quad - \text{za obrtno kretanje}$$

$$P = F \cdot v$$

$$P = M \cdot \omega$$

JEDINICA:  $\frac{\text{Nm}}{\text{s}} = \text{W}$

Uobičajeno ćemo koristiti kW.

$F$  i  $v$  /  $M$  i  $\omega$  → PARAMETRI SNAGE

Uzgredno pitanje: šta se dešava sa snagom motora pri njenom prenošenju na pogonski točak, a šta sa njegovim parametrima?

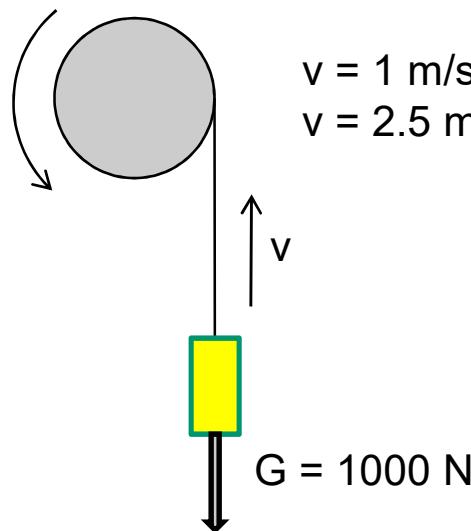
# SNAGA – praktična upotreba

SILA / MOMENT:  
KOLIKO OPTEREĆENJE  
SAVLAĐUJEMO?

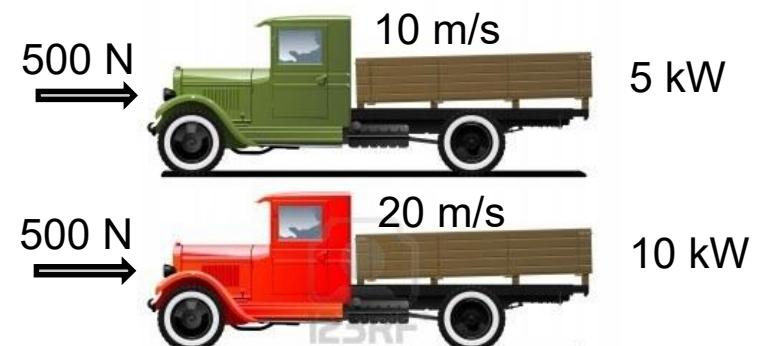
$$P = F \cdot v$$

$$P = M \cdot \omega$$

SNAGA:  
KOJOM BRZINOM  
TO ČINIMO?

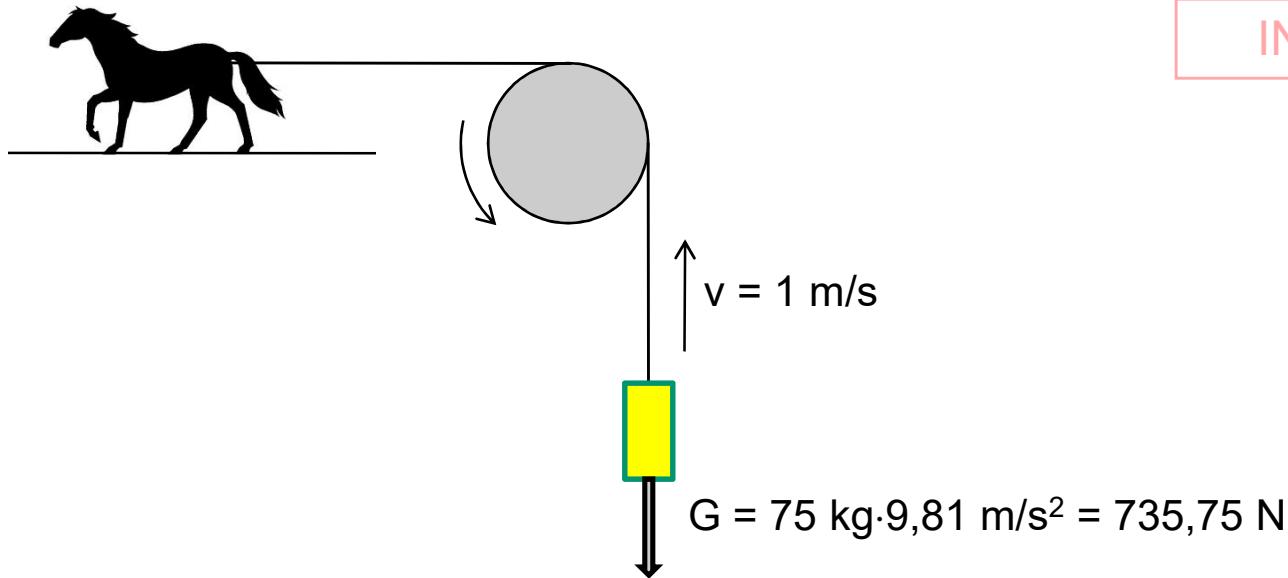


$$v = 1 \text{ m/s} \Rightarrow P = 1000 \text{ W}$$
$$v = 2.5 \text{ m/s} \Rightarrow P = 2500 \text{ W}$$



# SNAGA – praktična upotreba

Definicija "konjske snage": savladavanje sile jednake težini mase od 75 kg, brzinom od 1 m/s.



INFORMATIVNO

$$1 \text{ KS} = 735,75 \text{ W} \approx 0,736 \text{ kW}$$
$$1 \text{ kW} \approx 1,36 \text{ KS}$$

Grublja procena, za  $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ :  
$$\begin{cases} 1 \text{ KS} \approx 0,75 \text{ kW} \\ 1 \text{ kW} \approx 1,33 \text{ KS} \end{cases}$$

# SNAGA

$$P = M \cdot \omega \rightarrow \text{u osnovnim jedinicama}$$

U praksi se obično uzima:

$$P \rightarrow [\text{kW}]$$
$$\omega \rightarrow n [\text{min}^{-1}]$$

$$\text{Veza: } \omega = 2\pi \cdot n / 60$$

$$P = M \cdot n / 9554$$

# SNAGA

$$P = F \cdot v \rightarrow \text{u osnovnim jedinicama}$$

U praksi se obično uzima:

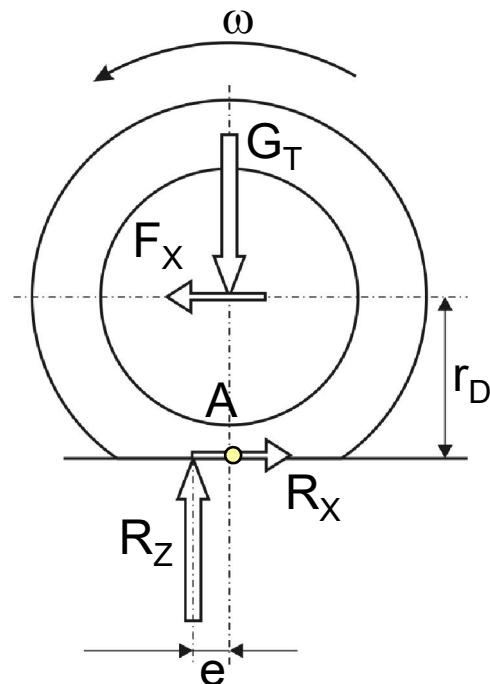
$$P \rightarrow [\text{kW}]$$
$$v \rightarrow [\text{km/h}]$$

$$P = F \cdot v / 3600$$

# TANGENCIJALNA REAKCIJA PODLOGE

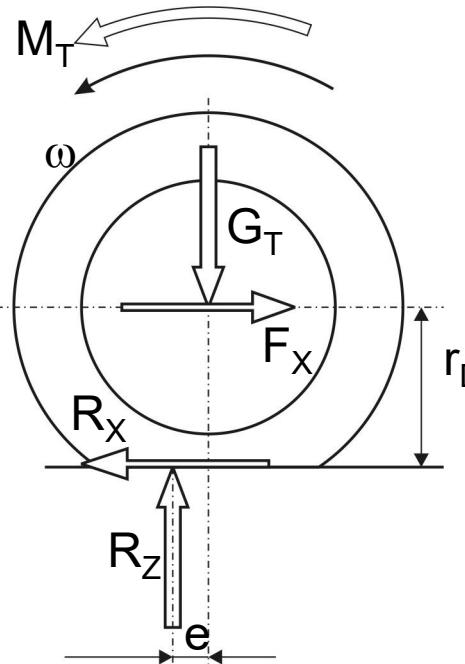
## -PODSETNIK-

### SLOBODAN TOČAK



$$R_{x,slob} = F_f = f \cdot G_T$$

### POGONSKI TOČAK



$$\frac{M_T}{r_D} = F_O$$

$$R_x = \frac{M_T}{r_D} - \frac{e}{r_D} \cdot G_T$$

$$R_{x,pog} = F_O - F_f$$

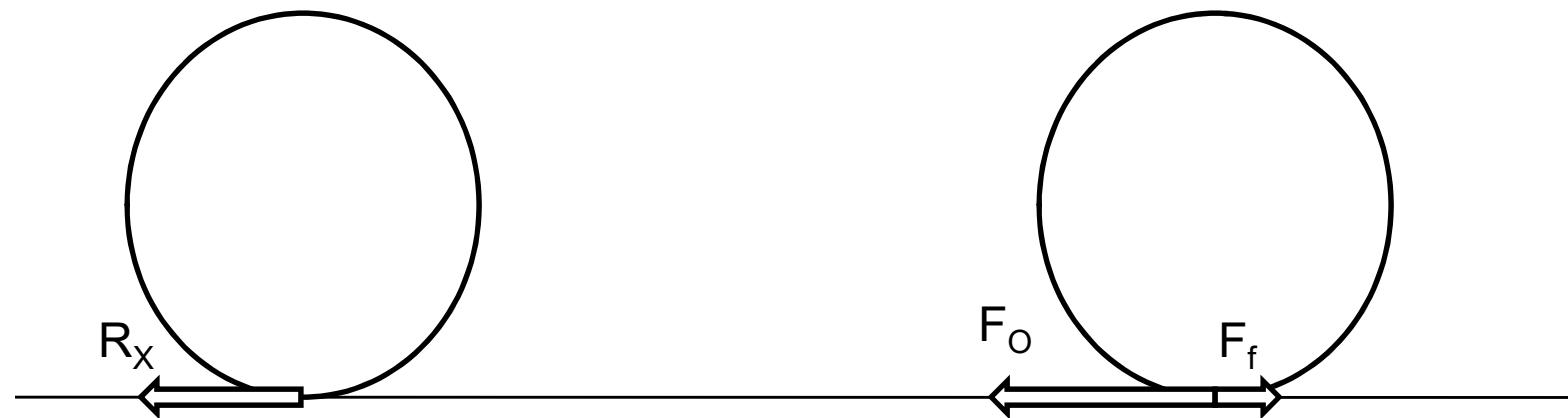
# TANGENCIJALNA REAKCIJA PODLOGE

POGONSKI TOČAK

$$R_x = F_o - F_f$$

$R_x$  je stvarni vektor koji deluje na točak kao tangencijalna reakcija podlove, dok su  $F_o$  i  $F_f$  u ovom slučaju računske veličine!

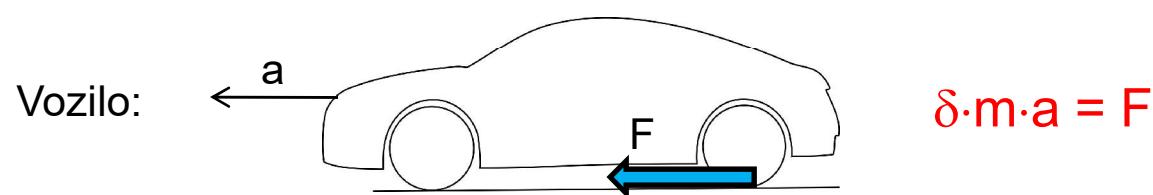
Prema tome dejstvo  $R_x$  možemo zameniti ekvivalentnim sistemom:



# OPŠTA JEDNAČINA UZDUŽNE DINAMIKE – BILANS SILA

PODSETNIK:

Translatorno kretanje:   $m \cdot a = F$



$\delta > 1$  – koeficijent uticaja rotacionih masa!

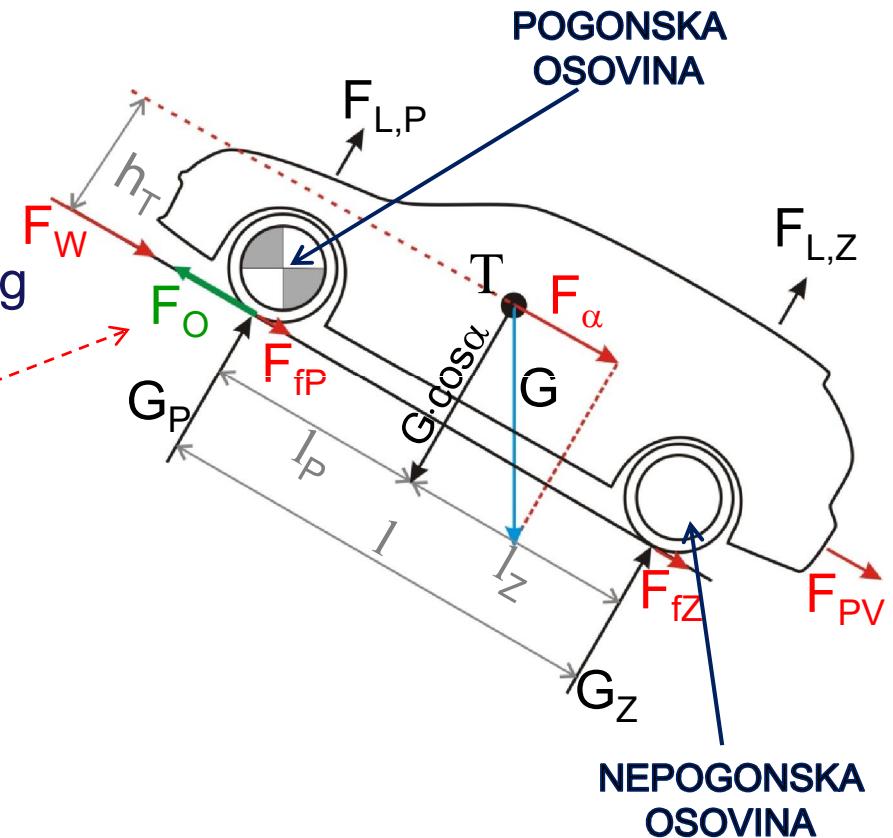
POGONSKA SILA SAOPŠTAVA UBRZANJE EKVIVALENTNOJ MASI  $\delta \cdot m$   
A NE SAMO STVARNOJ MASI  $m$

$$\delta > 1$$
$$\delta \cdot m > m$$

# OPŠTA JEDNAČINA UZDUŽNE DINAMIKE – BILANS SILA

Sile koje deluju na vozilo u uzdužnom pravcu:

- Tangencijalna reakcija pogonskog (ovde: prednjeg) točka  
 $R_{x,POG} = F_O - F_{fP}$
- Tangencijalna reakcija nepogonskog točka  
 $R_{x,NEP} = F_{fZ}$
- Otpor vazduha  $F_W$
- Otpor uspona  $F_\alpha$
- Otpor priklj. vozila  $F_{PV}$



# OPŠTA JEDNAČINA UZDUŽNE DINAMIKE – BILANS SILA

Prema Drugom Njutnovom zakonu je:

$$\delta \cdot m \cdot a = F_O - F_{fP} - F_{fZ} - F_W - F_\alpha - F_{PV}$$

Tj.

$$\delta \cdot m \cdot a = F_O - (F_{fP} + F_{fZ}) - F_W - F_\alpha - F_{PV}$$

pogonska sila saopštava ubrzanje  
ekvivalentnoj masi

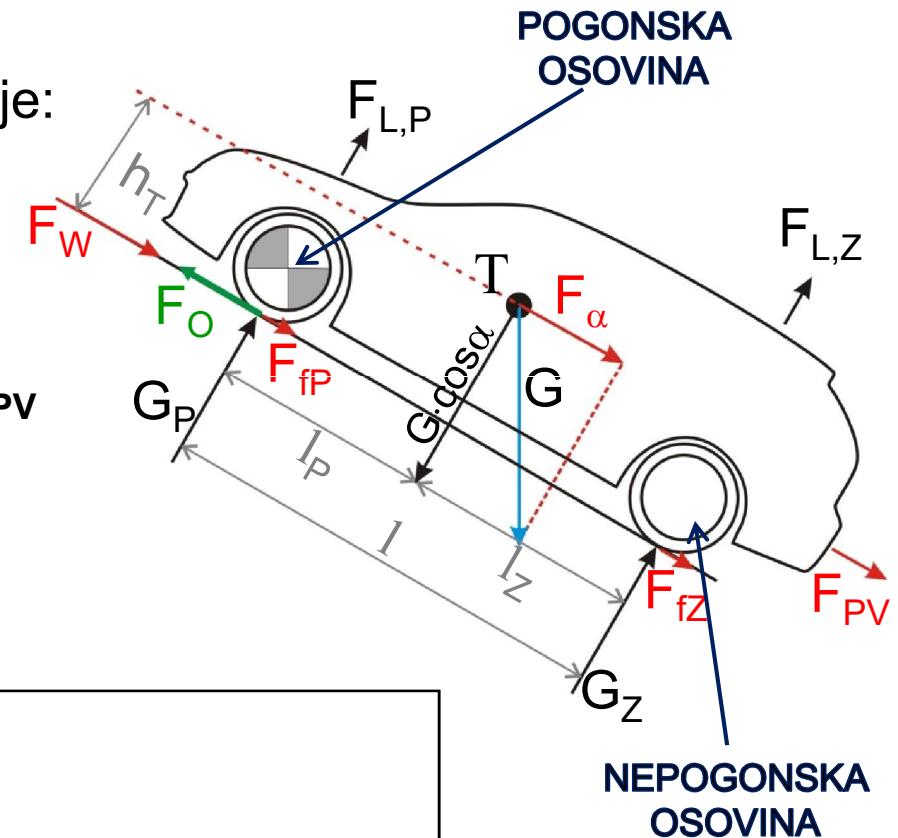
Dalje, znamo da je:

$$F_{fP} = f \cdot G_P$$

$$F_{fZ} = f \cdot G_Z$$

$$F_{fP} + F_{fZ} = f \cdot (G_P + G_Z) =$$

$$= f \cdot G \cdot \cos\alpha = F_f - \text{ukupna sila otpora kotrljanja za vozilo}$$



# OPŠTA JEDNAČINA UZDUŽNE DINAMIKE – BILANS SILA

$$\delta \cdot m \cdot a = F_O - (F_{fP} + F_{fZ}) - F_w - F_\alpha - F_{PV}$$

→  $F_f = f \cdot G \cdot \cos\alpha$

$$\delta \cdot m \cdot a = F_O - F_f - F_w - F_\alpha - F_{PV}$$

# OPŠTA JEDNAČINA UZDUŽNE DINAMIKE – BILANS SILA

$$\delta \cdot m \cdot a = F_{IN} \rightarrow \text{Dalamberov princip}$$

$$\sum F_i = 0 \Rightarrow F_O - F_{IN} - F_f - F_w - F_\alpha - F_{PV} = 0$$

$$F_O = F_f + F_w + F_\alpha + F_{IN} + F_{PV}$$

$$F_O = \frac{M_T}{r_D}$$

$$F_f = f \cdot G \cdot \cos\alpha$$

$$F_w = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}$$

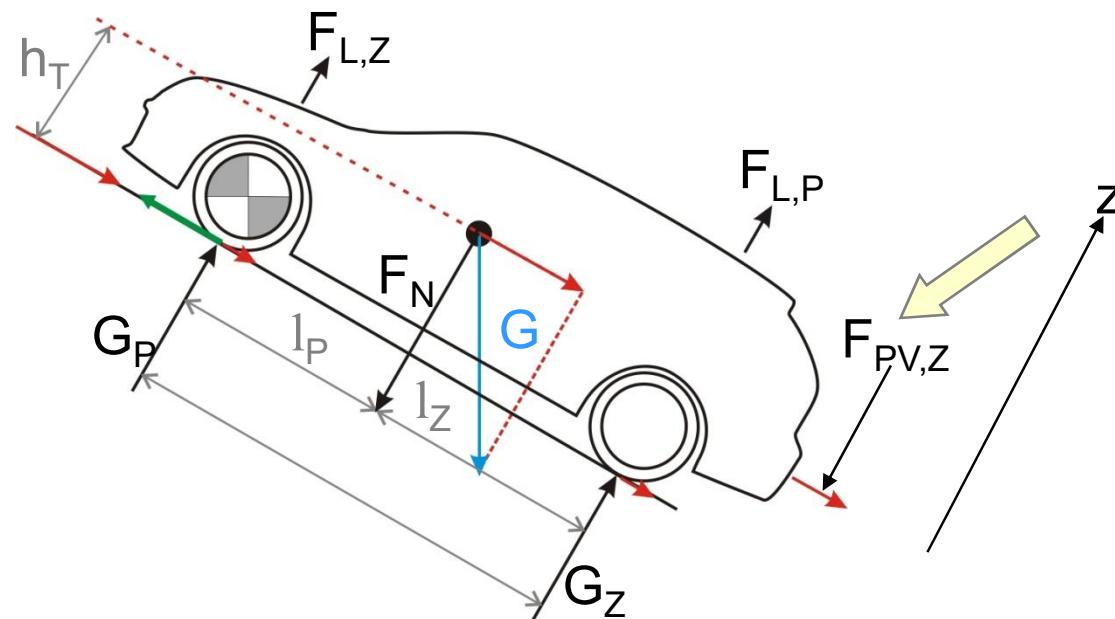
$$F_\alpha = G \cdot \sin\alpha$$

# SILE U VERTIKALNOM PRAVCU – STATIKA VOZILA

## PODSETNIK:

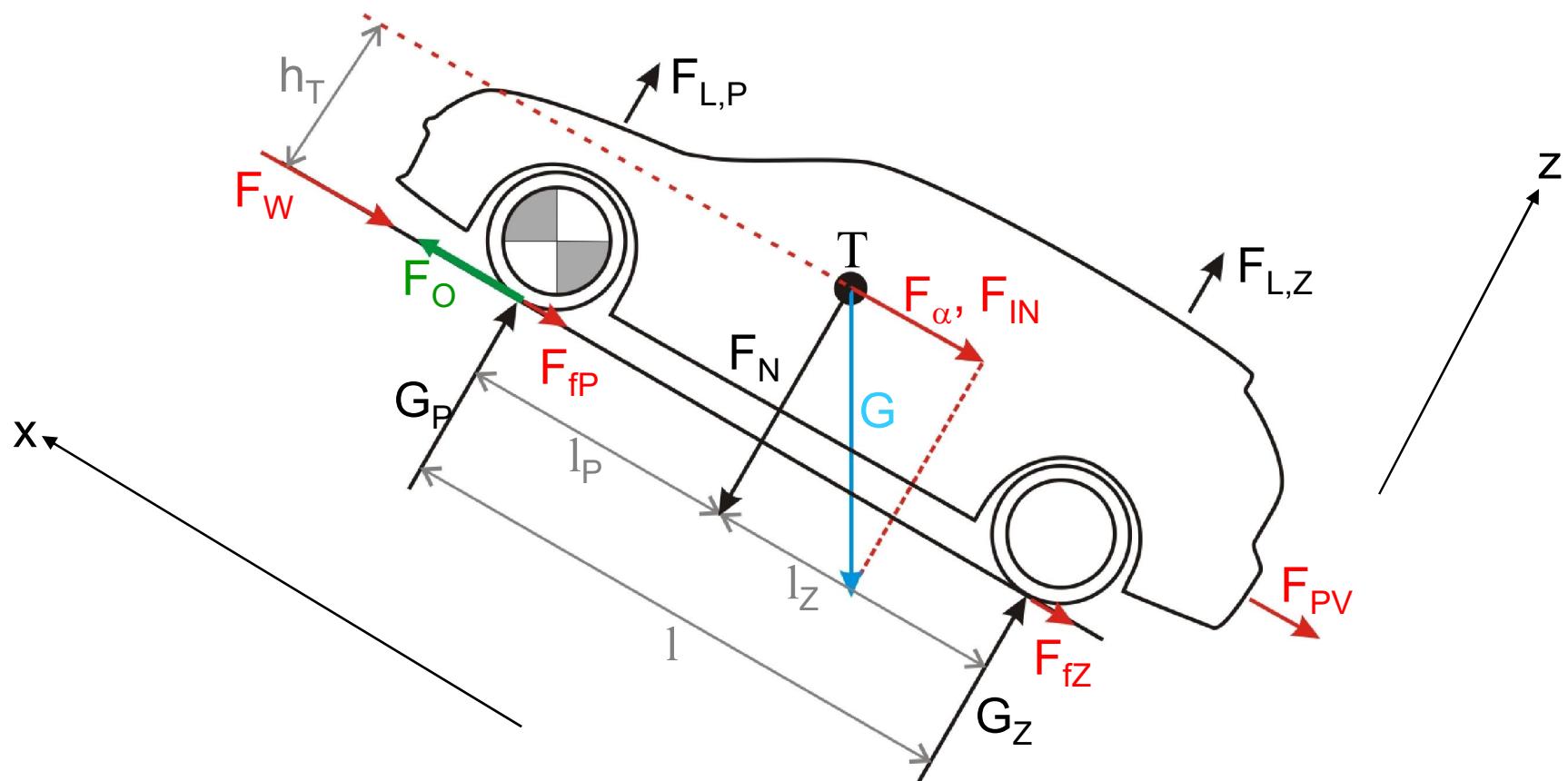
$$z \text{ osa: } F_N = G_P + G_Z + F_{L,P} + F_{L,Z} (+ F_{PV,Z})$$

Za uzdužnu dinamiku je od interesa kada je neophodno poznavanje osovinskih opterećenja (prijanjanje – analiza vučnih i kočnih performansi vozila)



# BILANS SILA

$$F_O = F_f + F_W + F_\alpha + F_{IN} + F_{PV}$$



# BILANS SILA

$$F_O = F_f + F_W + F_\alpha + F_{IN} + F_{PV}$$

$$\frac{M_T}{r_D} \equiv F_O$$

Obimna sila koju je **potrebno** dovesti točku radi savlađivanja otpora kretanja u nekom posmatranom režimu kretanja jednaka je sumi svih parcijalnih sila otpora kretanja vozila koji deluju u tom režimu.

# BILANS SILA – POTREBNA I RASPOLOŽIVA SILA NA TOČKU

Potrebna sila: sila koju je potrebno realizovati da bi se savladali otpori kretanja

$$F_O^{POTR} = F_f + F_W + F_\alpha + F_{IN} + F_{PV}$$

Raspoloživa sila: sila koja može da se ostvari za date karakteristike pogonskog motora i transmisijske

$$F_O^{RASP} = i_{TR} \cdot \eta_{TR} \cdot M_{MOT} / r_D$$

USLOV ZA MOGUĆNOST KRETANJA:  $F_O^{RASP} \geq F_O^{POTR}$

# BILANS SILA – POTREBNA I RASPOLOŽIVA SILA NA TOČKU

**Napomena:** Raspoloživa sila može biti ograničena i raspoloživim prijanjanjem (uslovima kontakta) između pogonskih točkova i podloge

$$F_O^{RASP} = \varphi_{MAX} \cdot G_\varphi$$

$\varphi_{MAX}$  – maksimalna vrednost koeficijenta prijanjanja  
 $G_\varphi$  - vertikalno opterećenje pogonske osovine

→ DETALJNIJE U POGLAVLJU O KLIZANJU I PRIJANJANJU

# BILANS SNAGA

Obično se koristi za izračunavanje maksimalne brzine u nekim posmatrаниm uslovima  $\rightarrow v = v_{MAX} = \text{const}$ ,  $F_{IN} = 0$   
Ako se eliminiše i uticaj priključnog vozila  $\rightarrow F_{PV} = 0$

$$F_O = F_f + F_W + F_\alpha$$



$$P_T = P_f + P_W + P_\alpha$$

Snaga koju je **potrebno** dovesti točku radi savlađivanja otpora kretanja u nekom posmatranom režimu kretanja jednaka je sumi svih parcijalnih snaga otpora kretanja vozila koji deluju u tom režimu.

$$P_T^{\text{POTR}} = P_f + P_W + P_\alpha \rightarrow \text{POTREBNA SNAGA NA POGONSKOM TOČKU}$$

$$P_T^{\text{RASP}} = \eta_{TR} \cdot P_{\text{mot}} \rightarrow \text{RASPOLOŽIVA SNAGA NA POGONSKOM TOČKU}$$

# BILANS SNAGA

Parcijalne snage potrebne za savlađivanje otpora kretanja:

$$P_f = F_f \cdot v$$

$$P_w = F_w \cdot v$$

$$P_\alpha = F_\alpha \cdot v$$

$$P \rightarrow [\text{kW}]$$

$$v \rightarrow [\text{km/h}]$$

$$P_f = F_f \cdot v / 3600$$

$$P_w = F_w \cdot v / 3600$$

$$P_\alpha = F_\alpha \cdot v / 3600$$



# REŠAVANJE PROBLEMA UZDUŽNE DINAMIKE

## PRIMENA BILANSA SILA / SNAGA

$$F_O = F_f + F_w + F_\alpha + F_{IN} + F_{PV}$$

$$\frac{M_{MOT} \cdot i_{TR} \cdot \eta_{TR}}{r_D} = f(v) \cdot G \cdot \cos \alpha + 0,0473 \cdot c_w \cdot A \cdot v^2 + G \cdot \sin \alpha + \frac{G}{g} \cdot \delta \cdot a + F_{PV}$$



$F_O^{RASP}$



$F_O^{POTR}$