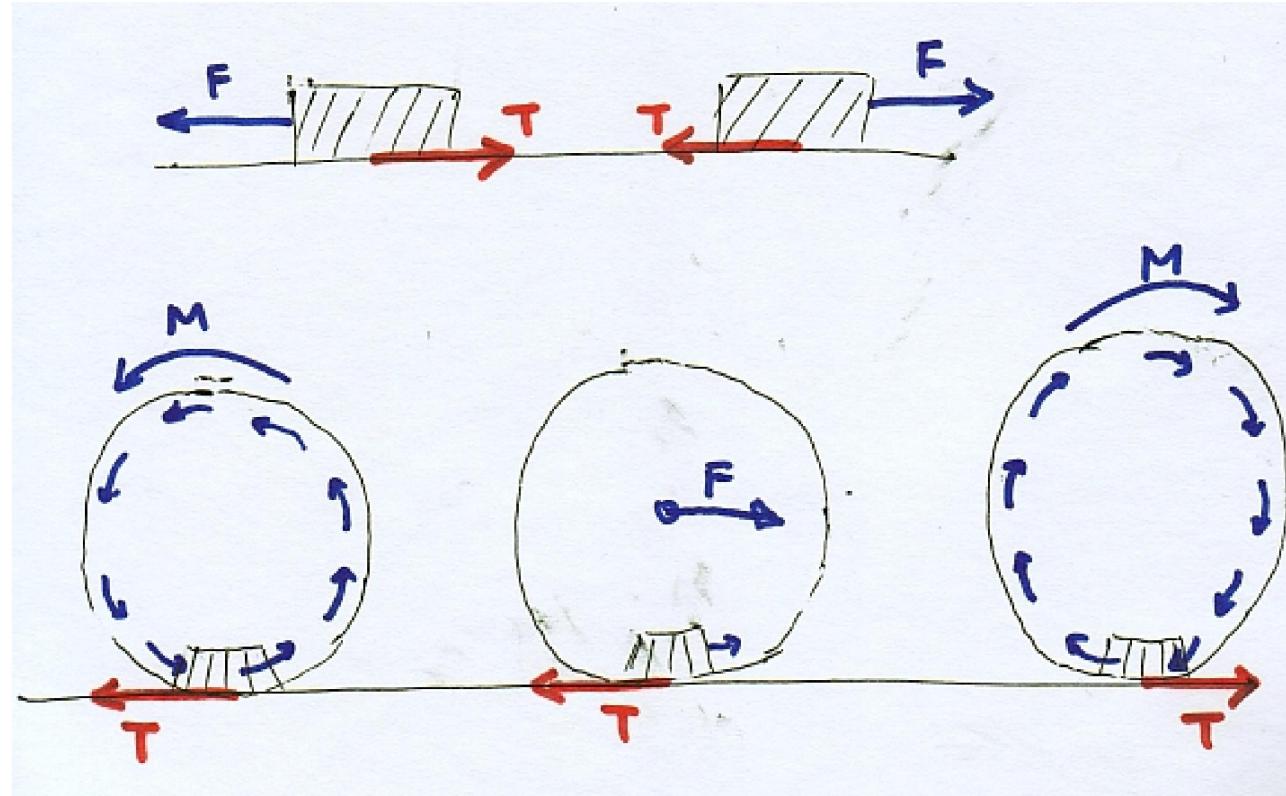


MEHANIKA KOTRLJANJA TOČKA

- Kako se određuje smer tangencijalne reakcije?

MEHANIKA KOTRLJANJA TOČKA

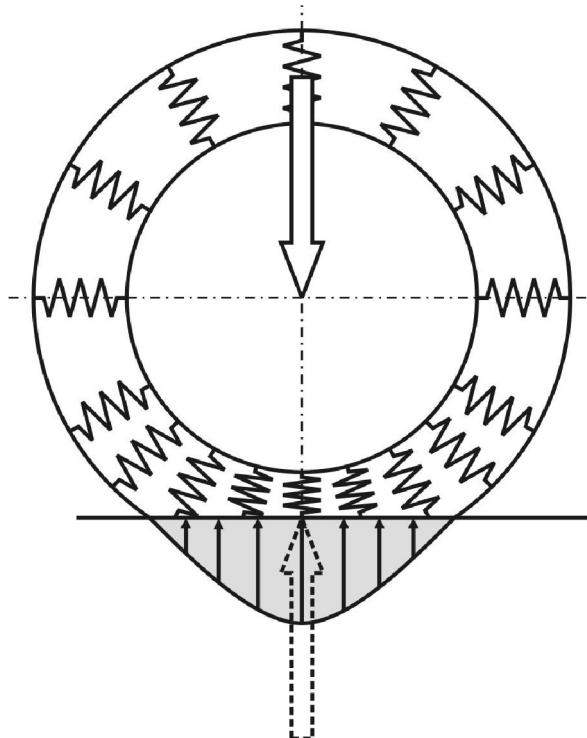


Smer reakcije je uvek suprotan dejstvu koje teži da izazove klizanje!
Sve ovo važi bez obzira na smer ugaone brzine!

- Aktivno spoljno dejstvo (sila ili moment) teži da izazove klizanje točka.
- Tangencijalna reakcija podloge se po smeru suprotstavlja tom klizanju.

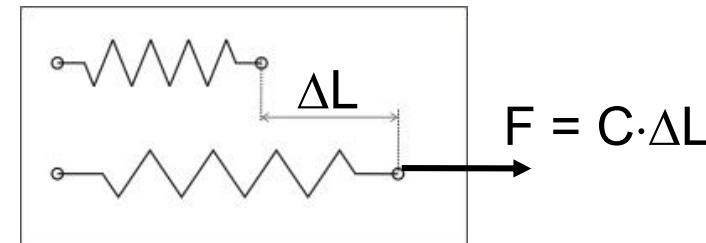
KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA

Vertikalno opterećenje deformabilnog točka
koji miruje na krutoj podlozi

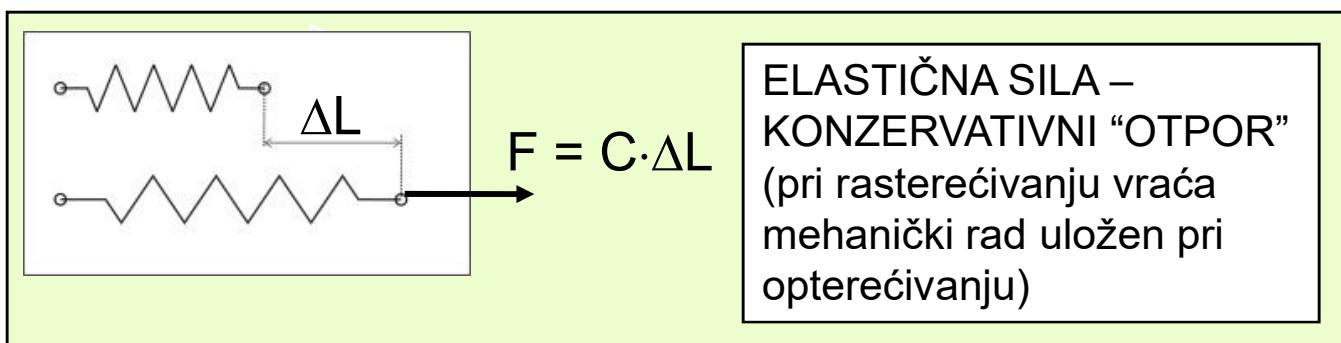
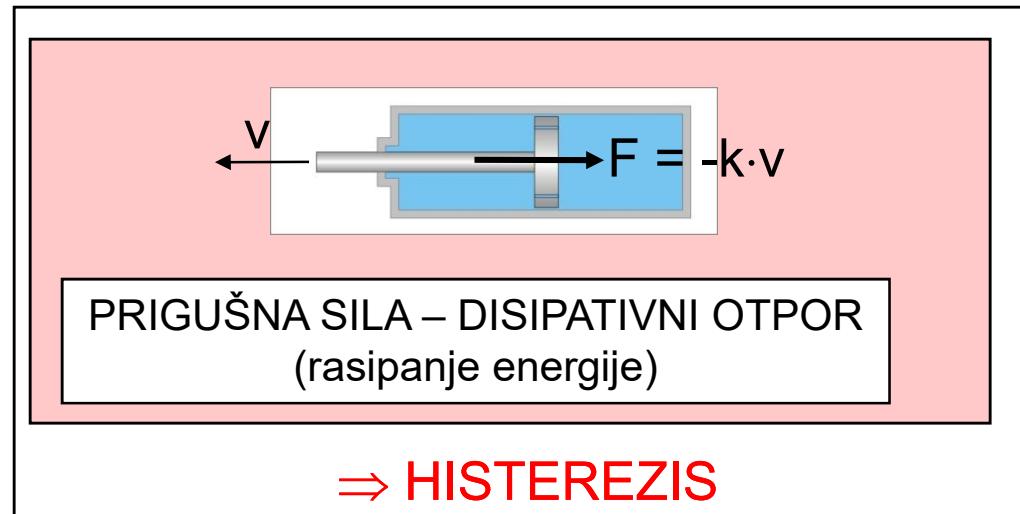
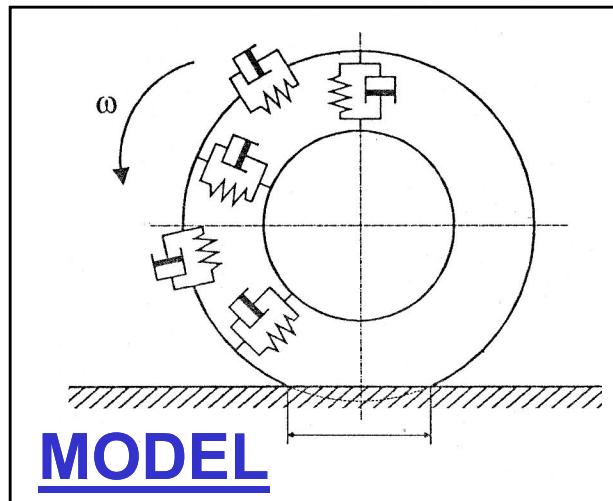


- Raspodela opterećenja je simetrična
- Rezultanta je sučiona sa spoljnim opterećenjem
- Sistem je u statičkoj ravnoteži

ELASTIČNA SILA JE TIM
VEĆA ŠTO JE VEĆA
DEFORMACIJA



KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA

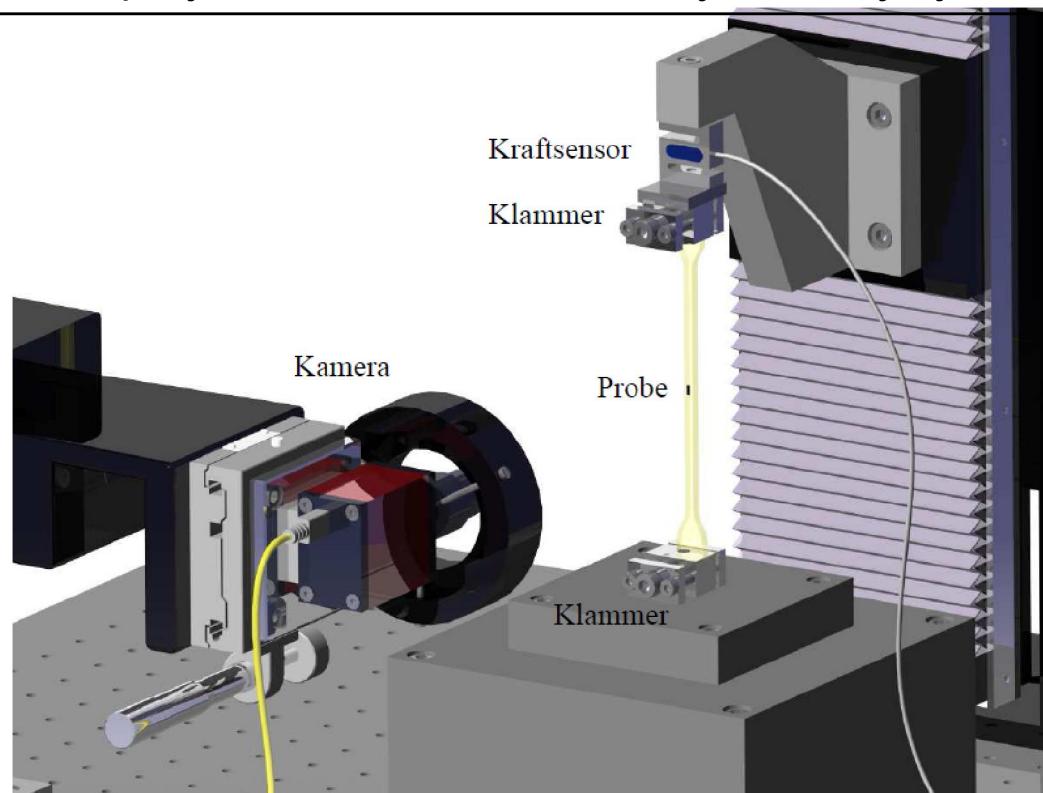


MEHANIKA KOTRLJANJA TOČKA

Kotrljanje deformabilnog točka po krutoj podlozi

HISTEREZIS – mera energetskih gubitaka usled unutrašnjeg trenja

Gumeni uzorak ispitujemo naizmeničnim istezanjem i sabijanjem

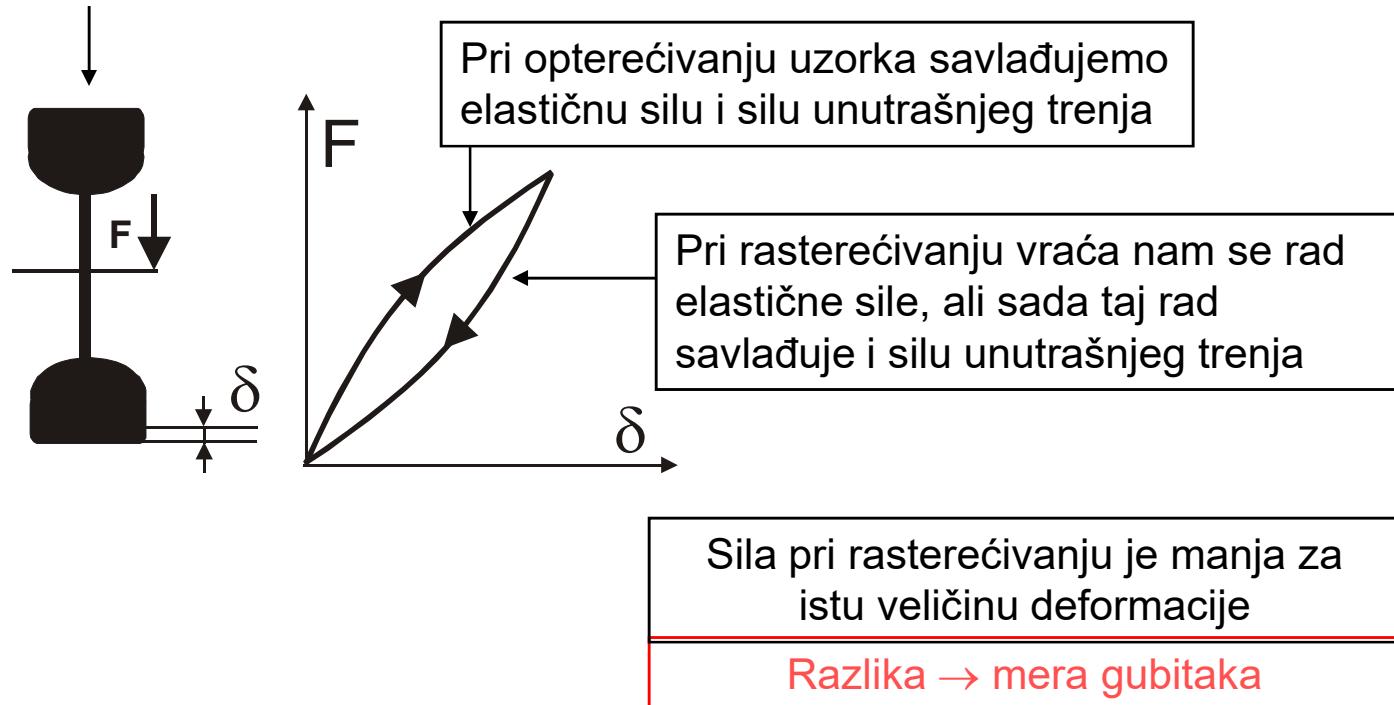


Izvor: Nadine Koprowski-Theiß, dr. dis.

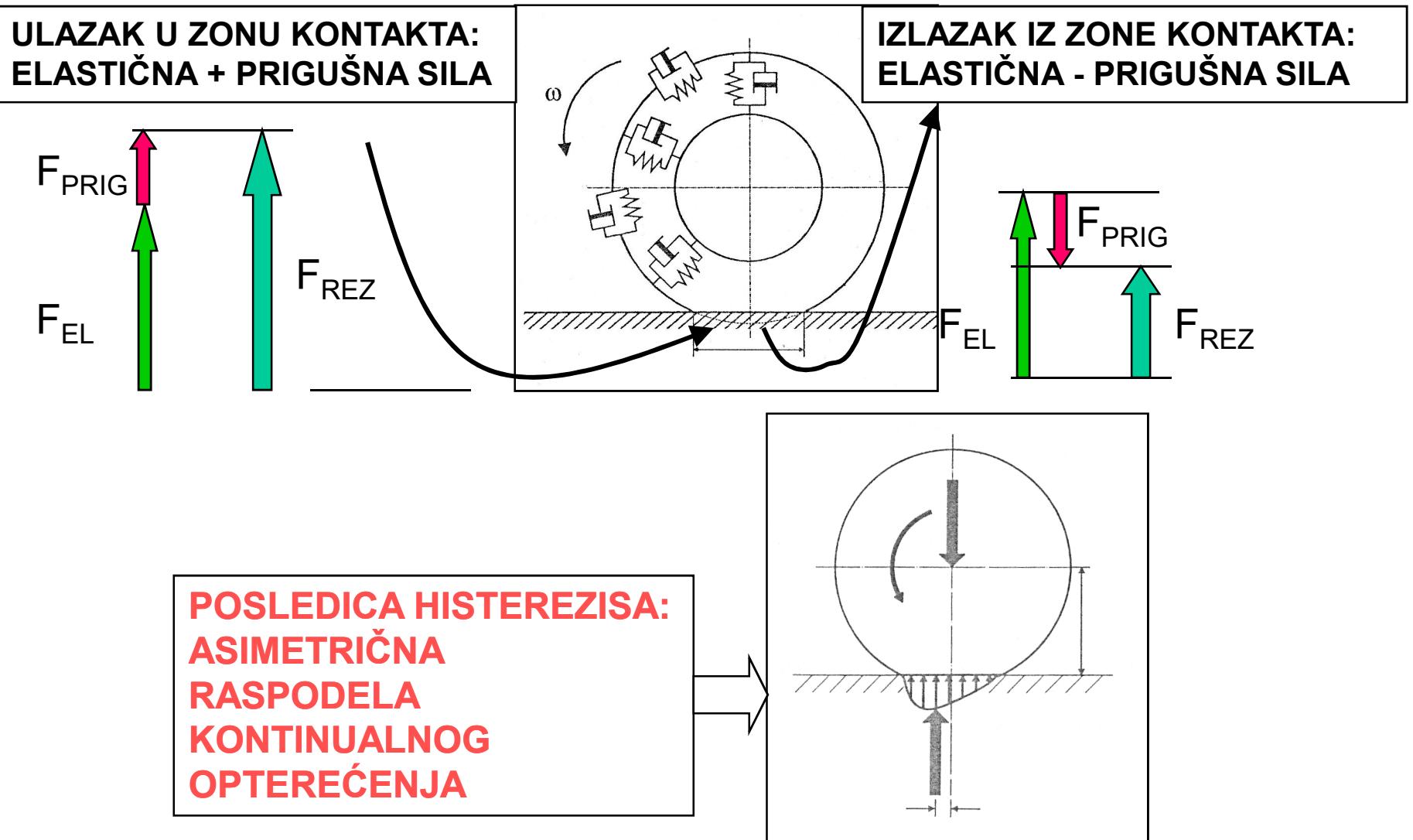
MEHANIKA KOTRLJANJA TOČKA

Kotrljanje deformabilnog točka po krutoj podlozi

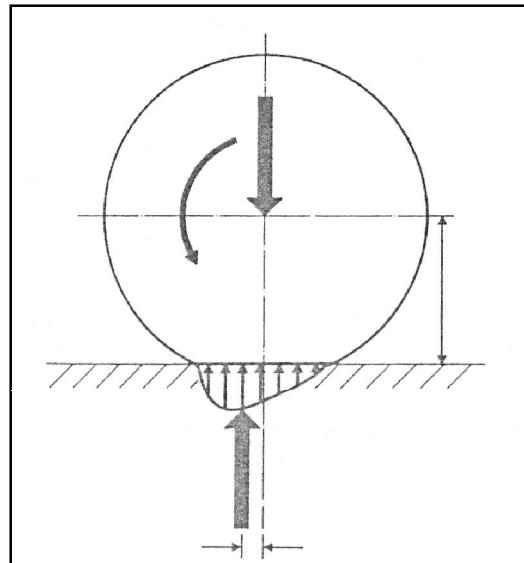
HISTEREZIS – mera energetskih gubitaka usled unutrašnjeg trenja



KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA



KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA



Težište krive zakonitosti kontinualnog opterećenja se premešta ISPRED ose simetrije točka, a time i rezultujuća vertikalna reakcija!

**Posledica: vertikalna reakcija stvara moment koji se suprotstavlja kotrljanju točka ⇒
NASATANAK OTPORA KOTRLJANJA (OTPOR HISTEREZISA)**

Ovo važi uvek! (pogonski, kočeni, slobodan točak)

Tj. položaj vertikalne reakcije određen je samo smerom obrtanja ali ne i smerom dejstva momenta na točak!

KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA

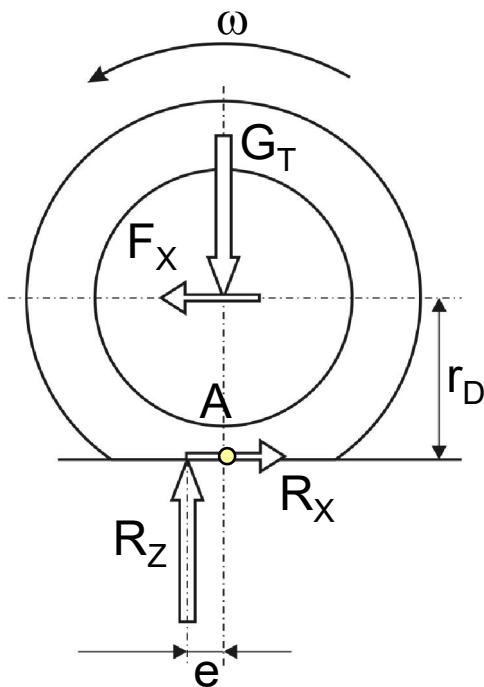
Kolika je tangencijalna reakcija u pojedinim slučajevima?

- Slobodan točak
- Pogonski točak
- Kočeni točak
- Ustaljeno kretanje
- Ubrzano ili usporen kretanje

Važnost tangencijalne reakcije → pogon, kočenje, otpori kretanja

KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA

NEPOGONSKI TOČAK (slobodno kotrljanje)

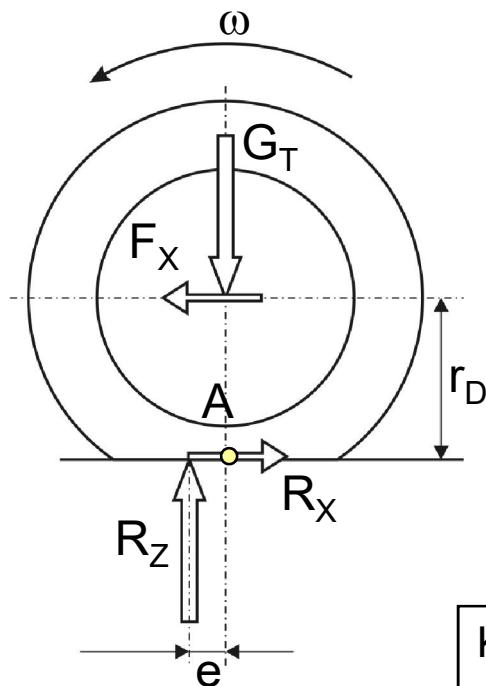


SILE KOJE DELUJU NA TOČAK:

- G_T – vertikalno opterećenje točka
- R_Z – vertikalna reakcija podloge
- F_x – horizontalna reakcija između vozila i točka
(ovde: sila kojom vozilo povlači točak)
- R_X – tangencijalna reakcija između točka i podloge
- e – ekscentricitet vertikalne reakcije
- r_D – dinamički radijus točka

KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA

NEPOGONSKI TOČAK (slobodno kotrljanje)



Ustaljeno kretanje (statika):

$$\sum Z_i \Rightarrow R_z = G_T$$

$$\sum X_i \Rightarrow R_x = F_x$$

$$\sum M_A \Rightarrow e \cdot R_z = r_D \cdot F_x \quad | /r_D$$

$$\Rightarrow R_x = \frac{e}{r_D} \cdot G_T$$

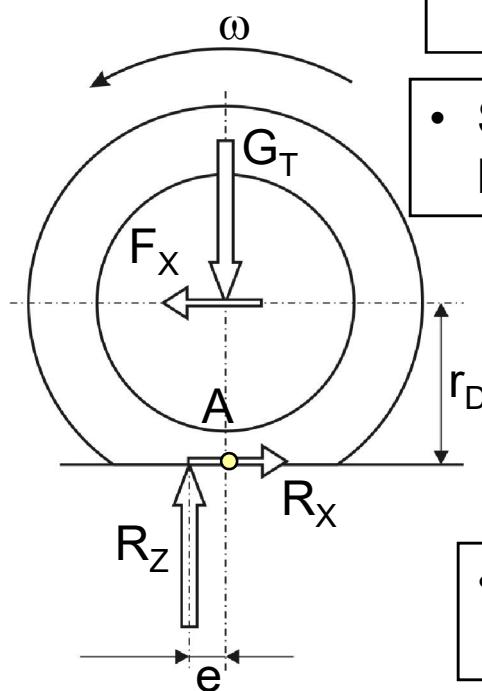
$$\frac{e}{r_D} = f \rightarrow \text{koeficijent otpora kotrljanja}$$

Koeficijent $f \rightarrow$ empirijsko određivanje odnosa e/r_D uz uzimanje u obzir ostalih uzroka nastanka otpora kotrljanja točka.

$f \cdot G_T \equiv F_{fT} - \text{SILA OTPORA KOTRLJANJA TOČKA}$

KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA

NEPOGONSKI TOČAK (slobodno kotrljanje)



$$f \cdot G_T \equiv F_{fT} - \text{SILA OTPORA KOTRLJANJA TOČKA}$$

- Sila otpora kotrljanja proporcionalna je koeficijentu otpora kotrljanja i vertikalnom opterećenju točka.

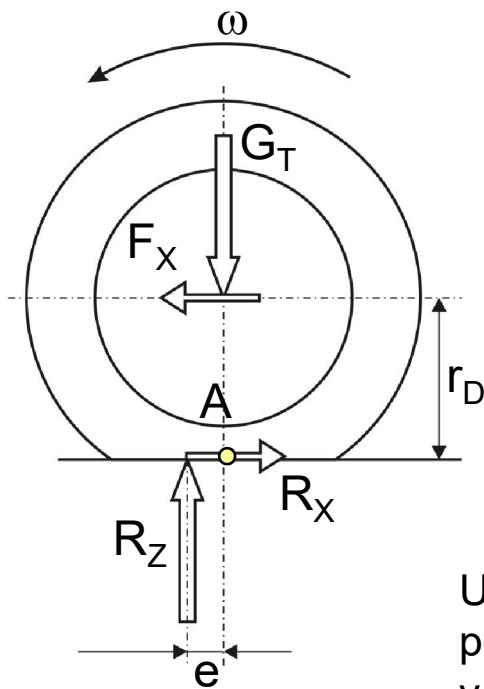
$$R_x = \frac{e}{r_D} \cdot G_T = f \cdot G_T = F_{fT}$$

- Tangencijalna reakcija slobodnog točka jednaka je sili otpora kotrljanja.

Obično je $f \sim 0,01 \rightarrow$ detaljnije u nastavku...

KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA

NEPOGONSKI TOČAK (slobodno kotrljanje)



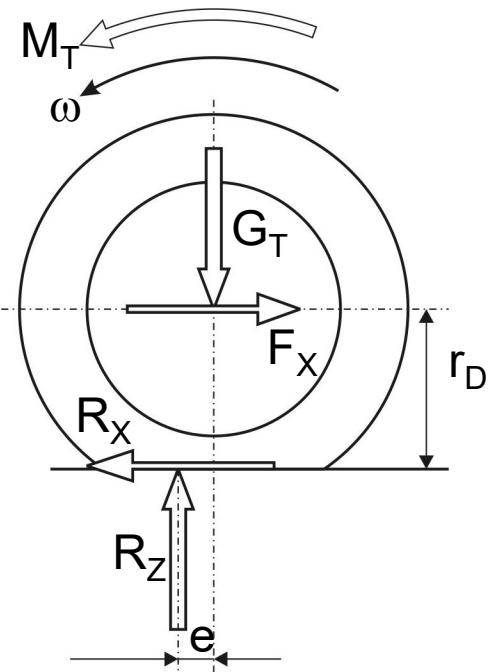
$$F_x = R_x = f \cdot G_T = F_{fT}$$

- aktivna sila koju moramo saopštiti slobodnom točku da bi se kotrljao

Uslov za nastanak sile R_x je trenje (prijanjanje) između točka i podloge - na podlozi bez trenja slobodan točak se ne bi kotrljao već bi klizao translatorno!

KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA

POGONSKI TOČAK PRI USTALJENOM KRETANJU ($v=\text{const}$)



M_T – pogonski obrtni moment na točku
 F_x – horizontalna reakcija između vozila i točka
(ovde: sila kojom vozilo zadržava točak)

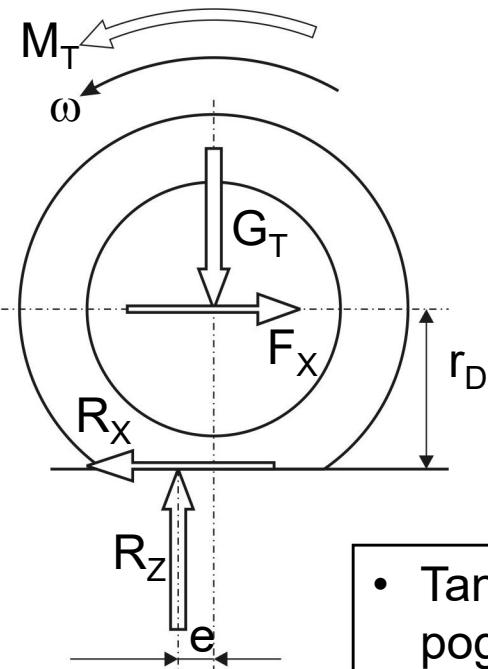
$$\begin{aligned}\sum Z_i &\Rightarrow R_z = G_T \\ \sum X_i &\Rightarrow R_x = F_x \\ \sum M_A &\Rightarrow M_T = e \cdot R_z + r_D \cdot F_x \quad | /r_D\end{aligned}$$

$$\frac{M_T}{r_D} \equiv F_o \rightarrow \text{definicija}$$

F_o – obimna (vučna) sila na točku → fiktivna (tj. računska) veličina!

KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA

POGONSKI TOČAK PRI USTALJENOM KRETANJU ($v=\text{const}$)



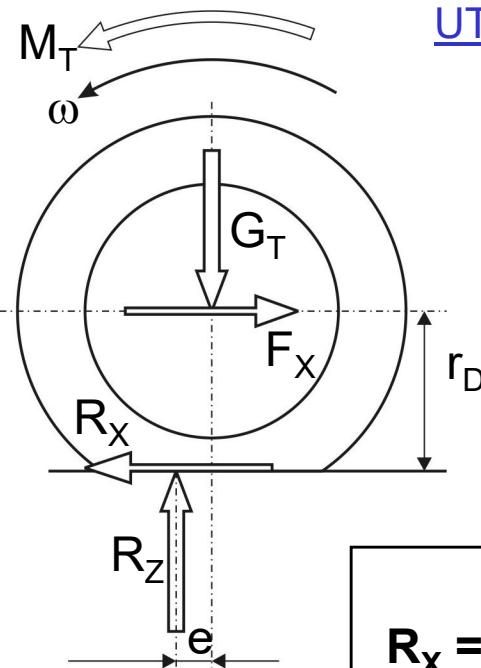
$$R_x = \frac{M_T}{r_D} - \frac{e}{r_D} \cdot G_T$$

$R_x = F_o - F_f \rightarrow$ stvarna tangencijalna reakcija na pogonskom točku

- Tangencijalna reakcija pogonskog točka jednaka je odnosu pogonskog momenta i dinamičkog radijusa točka, umanjenom za vrednost sile otpora kotrljanja.

KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA

POGONSKI TOČAK PRI UBRZANOM KRETANJU ($a > 0$)



UTICAJ MOMENTA INERCIJE

Druga jednačina ravanskog kretanja za točak:

$$J_C \cdot \dot{\omega} = -r_D \cdot R_x - M_f + M_T$$

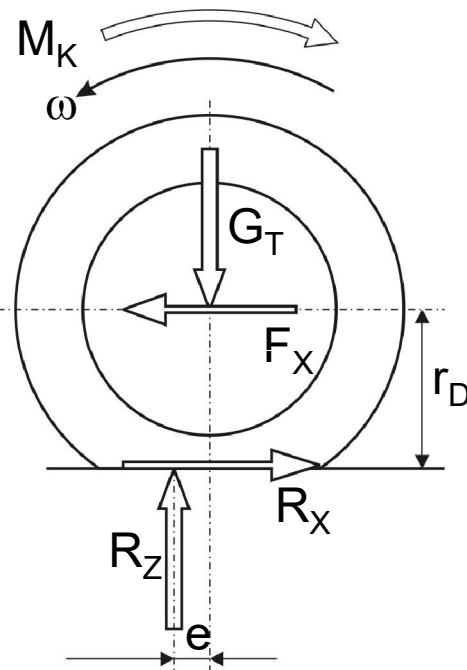
$$M_f = e \cdot G_T \quad F_O \equiv \frac{M_T}{r_D} \quad \dot{\omega} > 0$$

$$R_x = F_O - F_f - \frac{J_C \cdot \dot{\omega}}{r_D} \rightarrow \text{stvarna tangencijalna reakcija na pogonskom točku pri ubrzanim kretanju}$$

Deo pogonskog momenta saopštenog točku se "troši" na savlađivanje MOMENTA INERCIJE tj. na ubrzanje obrtnih masa, drugi deo se "troši" na savlađivanje sopstvenog otpora kotrljanja točka; ostatak R_x je na raspolaganju za savlađivanje otpora F_x i transl. ubrzanje točka

KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA

KOČENI TOČAK PRI USTALJENOM KRETANJU ($v=\text{const}$)



Slučaj: kočenje na nizbrdici radi održavanja brzine

M_K – kočni moment na točku

F_x – horizontalna reakcija između vozila i točka
(ovde: sila kojom vozilo gura točak)

$$\sum Z_i \Rightarrow R_Z = G_T$$

$$\sum X_i \Rightarrow R_X = F_x$$

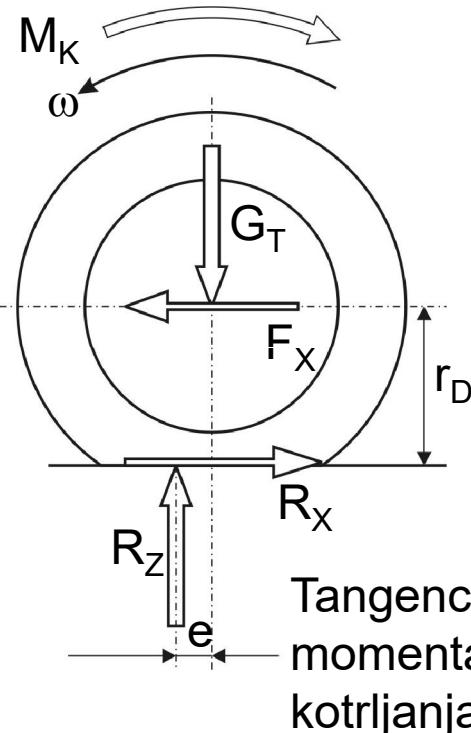
$$\sum M_A \Rightarrow r_D \cdot F_x = M_K + e \cdot R_Z \quad | /r_D$$

$$\frac{M_K}{r_D} = F_K \rightarrow \text{definicija}$$

F_K – kočna sila na točku → fiktivna (računska) veličina!

KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA

KOČENI TOČAK PRI USTALJENOM KRETANJU ($v=\text{const}$)



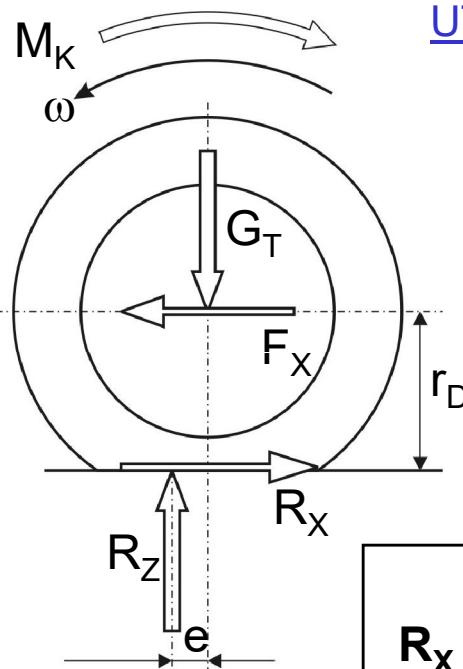
$$R_x = \frac{M_K}{r_D} + \frac{e}{r_D} \cdot G_T$$

$R_x = F_K + F_f \rightarrow$ stvarna tangencijalna reakcija na kočenom točku

Tangencijalna reakcija kočenog točka jednaka je odnosu kočnog momenta i dinamičkog radijusa točka, uvećanom za vrednost otpora kotrljanja.

KOTRLJANJE DEFORMABILNOG TOČKA

KOČENI TOČAK PRI USPORENOM KRETANJU ($a<0$)



UTICAJ MOMENTA INERCIJE

Druga jednačina ravanskog kretanja za točak:

$$J_C \cdot \dot{\omega} = r_D \cdot R_x - M_f - M_K$$

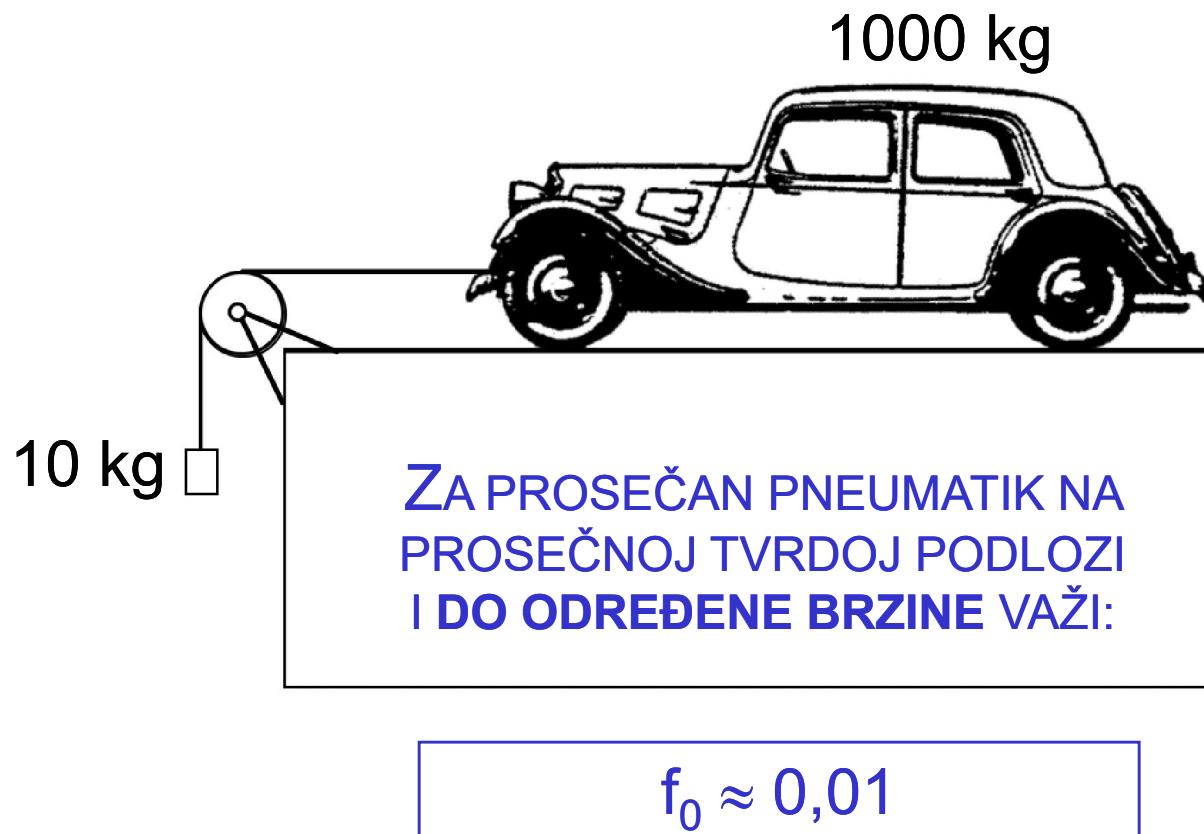
$$M_f = e \cdot G_T \quad F_K \equiv \frac{M_K}{r_D} \quad \dot{\omega} < 0$$

$$R_x = F_K + F_f - \frac{J_C \cdot |\dot{\omega}|}{r_D} \rightarrow \text{stvarna tangencijalna reakcija na kočenom točku pri usporenom kretanju}$$

Analogija sa ubrzanjem: deo kočnog momenta se "troši" na usporavanje obrtnih masa, ostatak je na raspolaganju za translatorno usporenje – R_x ; otpor kotrljanja pomaže kočenju!

OTPOR KOTRLJANJA TOČKA

Otpor kotrljanja točka – vrednosti i uticajni faktori



Šta tačno znači "do određene brzine"? → u nastavku...
Orientaciono ~ 100 km/h

Otpor kotrljanja točka – vrednosti i uticajni faktori

INFORMATIVNO

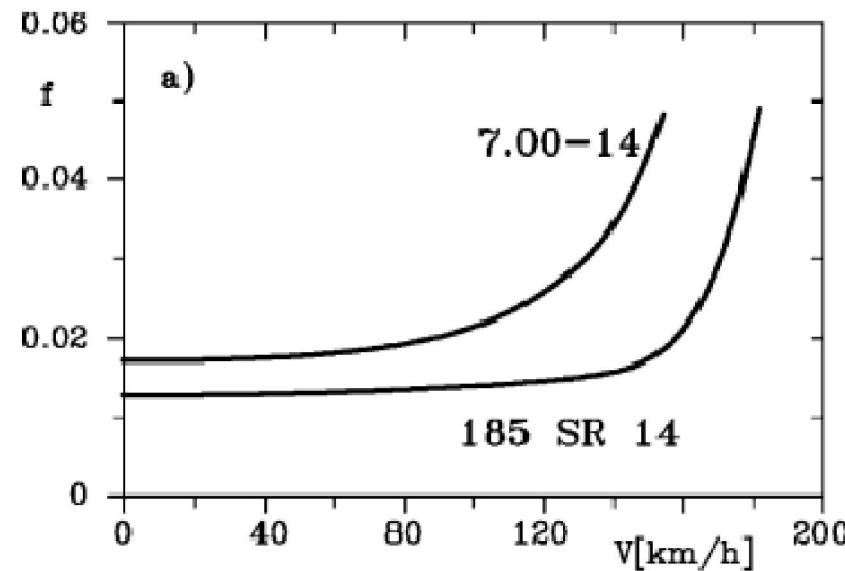
Vrsta i stanje tla	f	
	Točak	Gusenica
Asfalt (odličan)	0,010-0,018	
Asfalt (prosečan)	0,018-0,020	
Asfalt (loš)	0,020-0,023	
Beton (odličan)	0,011-0,020	
Beton (loš)	0,020-0,030	
Makadam (odličan)	0,013-0,018	
Makadam (prosečan)	0,018-0,023	
Makadam (loš)	0,023-0,040	
Zemljani put (utaban)	0,025-0,035	0,050-0,070
Zemljani put (prosečan)	0,050-0,080	
Zemljani put (loš, blato)	0,160-0,200	0,100-0,150
Pesak (vlažan)	0,150-0,300	0,100-0,150
Strnjika	0,080-0,100	0,060-0,080
Oranica	0,120-0,180	0,080-0,100
Polje pripremljeno za setvu	0,160-0,180	0,090-0,120
Utaban put u snegu	0,030-0,040	0,060-0,070

ORIJENTACIONE VREDNOSTI ZA f (za male brzine)

Otpor kotrljanja točka – vrednosti i uticajni faktori

UTICAJ BRZINE

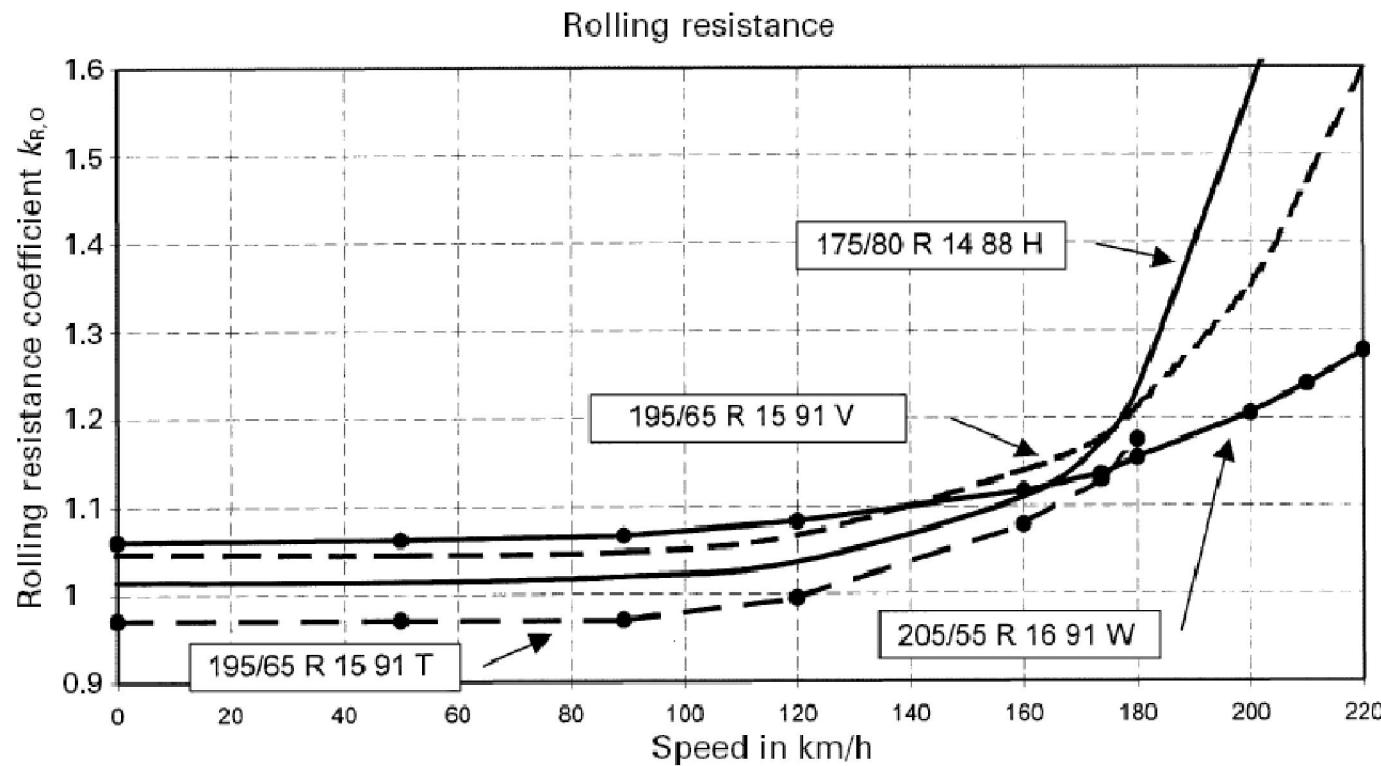
Pri početnom porastu brzine – za širi dijapazon – blag porast;
pri većim brzinama nagli!



Izvor: Genta/Morello

Otpor kotrljanja točka – vrednosti i uticajni faktori

UTICAJ BRZINE



Izvor: Reimpell

Otpor kotrljanja točka – vrednosti i uticajni faktori

UTICAJ BRZINE

Empirijska relacija – opšti oblik:

$$f = C_0 + C_1 \cdot v + C_2 \cdot v^2 + C_3 \cdot v^3 + C_4 \cdot v^4 + \dots$$

Primer:

$$f = f_0 + C_1 \cdot v + C_2 \cdot v^4, v \text{ (km/h)}$$

$$f_0 = 0,01$$

$$C_1 = 5,42 \cdot 10^{-6}$$

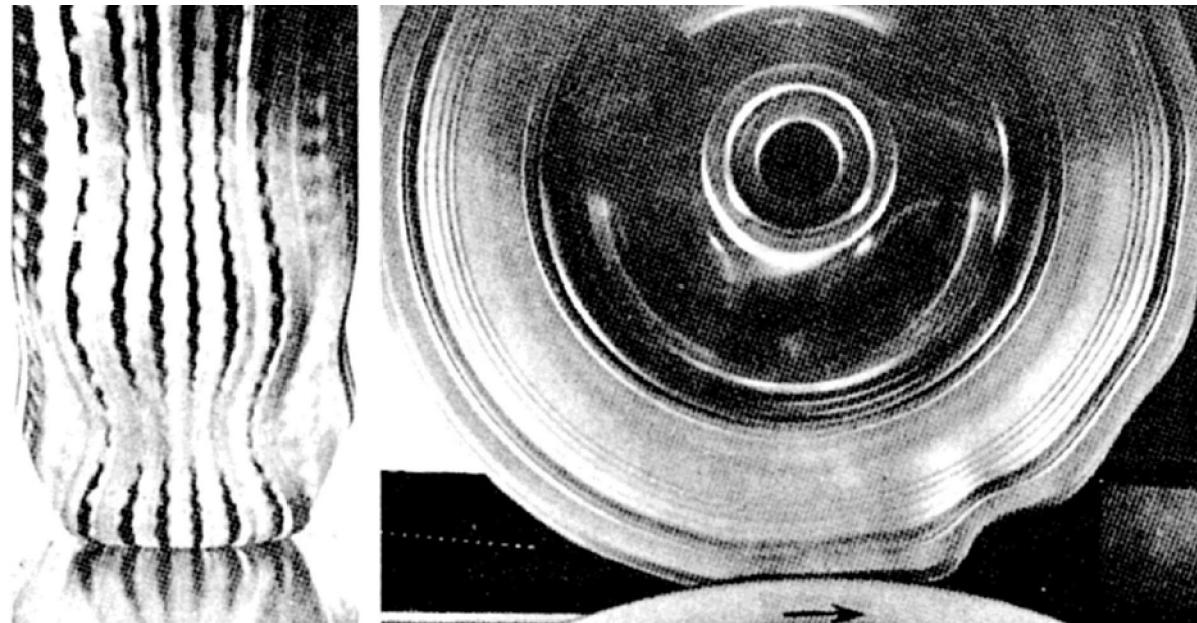
$$C_2 = 1,05 \cdot 10^{-11}$$

Otpor kotrljanja točka – vrednosti i uticajni faktori

UTICAJ BRZINE

INFORMATIVNO

Izvor: Genta / Morello



Šta ograničava maksimalnu brzinu kretanja za određeni pneumatik?

Formira se stojeći deformacijski talas koji dovodi do razaranja pneumatika!

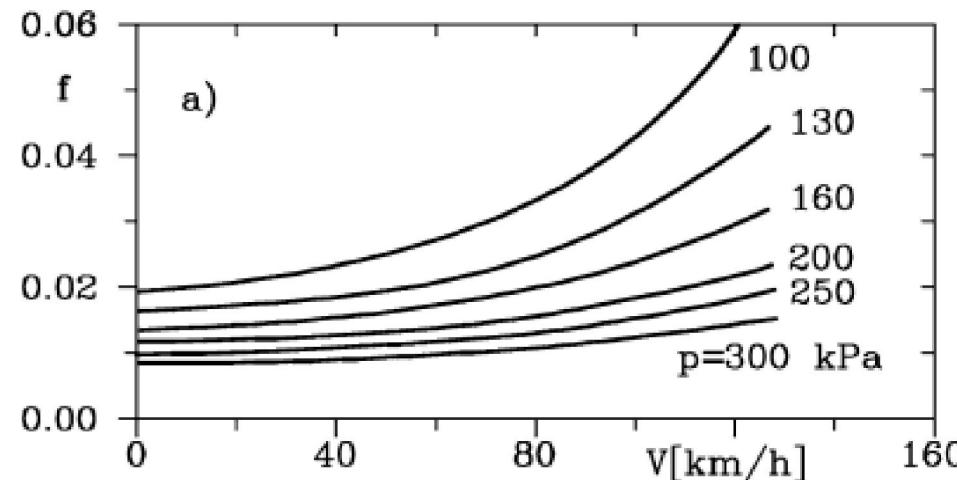
Pri neodgovarajućim pritiscima može doći do pregrevanja i devulkanizacije zbog pretvaranja deformacijskog rada u toplotu!

Otpor kotrljanja točka – vrednosti i uticajni faktori

UTICAJ PRITISKA

Viši pritisak \Rightarrow manja deformacija \Rightarrow manji otpor kotrljanja

Vrednosti ograničene zahtevima za prijanjanje, udobnost, habanje



Izvor: Genta / Morello

UTICAJ VERTIKALNOG OPTEREĆENJA

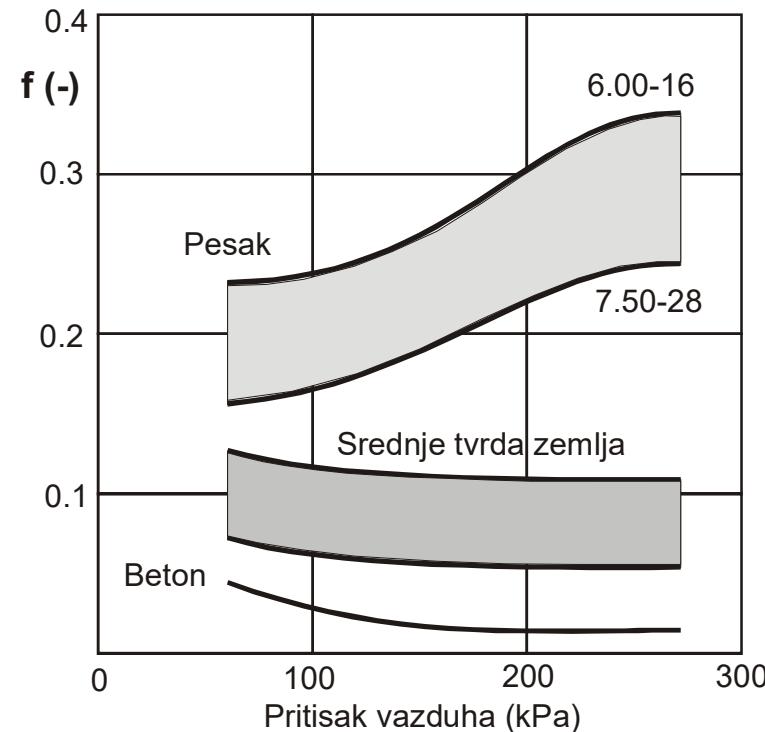
Povećanje vertikalnog opterećenja \Leftrightarrow analogno sniženju pritiska

Uticaj pritiska i opterećenja na f se ne razmatra računski pod pretpostavkom da je pritisak prilagođen datom opterećenju!

Otpor kotrljanja točka – vrednosti i uticajni faktori

UTICAJ VRSTE I STANJA PODLOGE

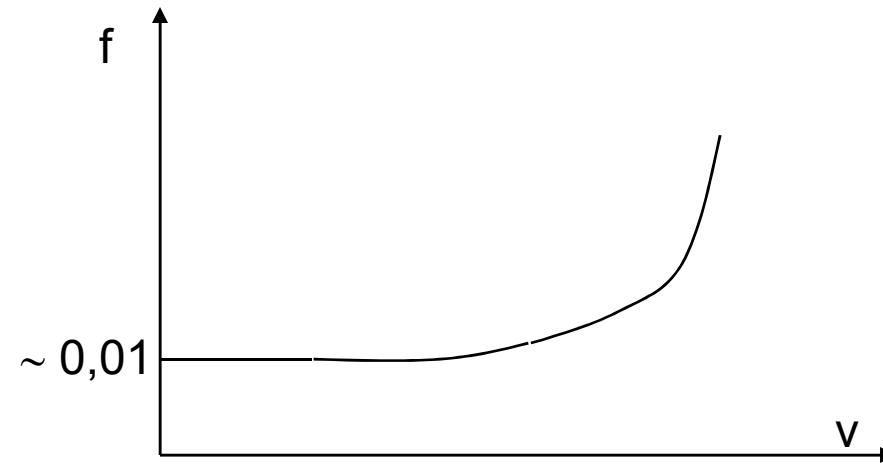
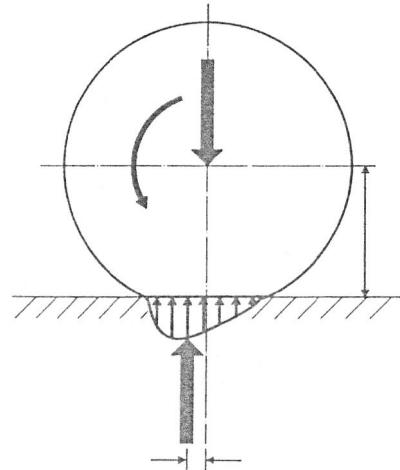
- neravna podloga – povečan histerezis
- prisustvo vlage (otpor vodenog filma, prilepljivanje pneumatika za tlo)
- meka podloga – uticaj deformacije



Otpor kotrljanja točka – ostali izvori nastanka

- geometrija točka (bočni nagib, usmerenost)
- trenje klizanja u kontaktnoj površini (tangencijalno sabijanje u gazećem sloju)
- trenje u ležaju točka
- zaostali moment kočenja
- moment na točku (pogonski, kočeni, slobodan)
- itd.

OTPOR KOTRLJANJA - REZIME



Glavni eksploracioni faktori koji utiču na otpor kotrljanja:

- brzina → RAZMATRA SE RAČUNSKI
- pritisak
- vertikalno opterećenje } → OBIČNO SE NE RAZMATRAJU RAČUNSKI – smatra se da su međusobno usklađeni